UNIVERZA NA PRIMORSKEM
FAKULTETA ZA MATEMATIKO, NARAVOSLOVJE IN INFORMACIJSKE TEHNOLOGIJE

Magistrsko delo

Vedenjska teorija iger in strateško odločanje študentov v Sloveniji

(Behavioral game theory and strategic decision making of students in Slovenia)

Ime in priimek: Žiga Velkavrh
Študijski program: Matematika s finančnim inženiringom, 2. stopnja
Mentor: izr. prof. dr. Aljaž Ule

Koper, september 2017

Ključna dokumentacijska informacija

Ime in PRIIMEK: Žiga VELKAVRH

Naslov magistrskega dela: Vedenjska teorija iger in strateško odločanje študentov v Sloveniji

Kraj: Koper

Leto: 2017

Število listov: 92 Število slik: 5 Število tabel: 24

Število prilog: 2 Število strani prilog: 9 Število referenc: 57

Mentor: izr. prof. dr. Aljaž Ule

Ključne besede: teorija iger, Nashevo ravnovesje, vedenjska teorija iger, teorija prospektov, model zavračanja neenakosti, eksperimentalna ekonomija.

Math. Subj. Class. (2010): 91A05, 91A10, 91A40, 91A80, 91A90.

UDK: 519.83(043.2)

Izvleček:
Pretekli poskusi so pokazali, da se ljudje v strateških situacijah obnašamo drugače kot predvideva klasična teorija iger. Vedenje ljudi bolje pojasnjuje vedenjska teorija iger, ki je osrednja tema magistrskega dela.
V magistrskem delu po uvodnem poglavju najprej podrobneje opišemo teoretske osnove področja nekooperativne teorije iger in vedenjske teorije iger ter predstavimo eksperimentalni pristop k teoriji iger. V poglavju 3 predstavimo raziskovalno vprašanje in podrobneje opišemo igre, ki smo jih vključili v raziskavo. Spoznamo, da so to igre, s katerimi modeliramo različne ekonomske situacije. Na podlagi klasične teorije iger, vedenjske teorije iger ter preteklih poskusov naredimo napovedi o tem, kako naj bi študenti odigrali igre. V poglavju 4 opišemo okolje, v katerem smo izvedli poskus. V poglavju 5 predstavimo rezultate poskusa in testiramo naše napovedi. V poglavju 6 na podlagi rezultatov ugotovimo, da je poskus, ki smo ga izvedli s študenti slovenskih fakultet, dal podobne rezultate kot pretekli poskusi, s čimer odgovorimo na raziskovalno vprašanje. Poleg tega tudi potrdimo našo hipotezo, ki pravi, da vedenjska teorija iger daje boljše napovedi kot klasična teorija iger. V zaključku povzamemo vsebino magistrskega dela in še enkrat izpostavimo ključne ugotovitve.

Key words documentation

Name and SURNAME: Žiga VELKAVRH

Title of the thesis: Behavioral game theory and strategic decision making of students in Slovenia

Place: Koper

Year: 2017

Number of pages: 92 Number of figures: 5 Number of tables: 24

Number of appendices: 2 Number of appendix pages: 9 Number of references: 57

Mentor: Assoc. Prof. Aljaž Ule, PhD

Keywords: game theory, Nash equilibrium, behavioral game theory, prospect theory, inequity aversion model, experimental economics

Math. Subj. Class. (2010): 91A05, 91A10, 91A40, 91A80, 91A90.

UDC: 519.83(043.2)

Abstract: Past experiments have shown that people in strategic situations behave differently than game theory predicts. Human behavior is better explained by behavioral game theory, which is the main theme of the master's thesis.
In the master's thesis, after a short introduction, we describe in detail theoretical foundations of non-cooperative game theory and behavioral game theory. We also present an experimental approach to game theory. In chapter 3 we present research question and introduce games, that we have included in research. We learn that we can model different economic situations with these games. Based on game theory, behavioral game theory and past experiments we make predictions about how students should play games. In chapter 4 we describe the environment, in which experiment was conducted. In chapter 5 we present the results of experiment and test our predictions. On the basis of the results we note (in chapter 6) that the experiment that was carried out with students of Slovenian faculties, gave similar results to previous experiments, thus responding to the research question. In addition, we also confirm our hypothesis that behavioral game theory better predicts human behavior than game theory. In conclusion we summarize the master's thesis and highlight the key findings.

Zahvala

Zahvaljujem se mentorju izr. prof. dr. Aljažu Uletu za koristne nasvete, ki mi jih je nudil v času pisanja magistrskega dela. Zahvaljujem se mu tudi, ker mi je omogočil, da sem z njegovo pomočjo v Famnitovem laboratoriju izvedel poskus.

Zahvaljujem se tudi punci Nataši, bratu Andražu ter mami Tanji za spodbudo in potrpežljivost v času študija.

Kazalo vsebine

Kazalo tabel

Kazalo slik

Kazalo prilog

Seznam kratic

angl.	angleščina
itd.	in tako dalje
okr.	okrajšava
npr.	na primer
tj.	to je
t.i.	tako imenovani
KTI	napoved klasične teorije iger
VTI	napoved vedenjske teorije iger
PP	napoved na podlagi preteklih poskusov

Slovarček

igra - formalni opis strateške situacije
igralci - udeleženci igre (npr. ljudje, živali, podjetja, države, računalniki), ki sprejemajo odločitve
izidi - vse možne posledice delovanj vseh igralcev skupaj (v matematičnem smislu je izid igre vektor potez vseh igralcev)
mešana strategija $\boldsymbol{\alpha_i}$ igralca $\boldsymbol{i}$ - to je porazdelitev verjetnosti po vseh njegovih možnih potezah A_i: $\alpha_i(a_i) \geq 0$ za vsako potezo $a_i \in A_i$ ter $\sum\limits_{a_i \in A_i} \alpha_i(a_i) = 1$
nekooperativne igre - igre, ki preučujejo delovanje posameznikov v strateškem okolju
perfektna informacija - dinamična igra ima perfektno informacijo, če v vsakem trenutku natanko eden od igralcev naredi eno potezo, pri tem pa pozna vse prejšnje poteze
poteze igralcev - vse možne odločitve igralcev
preference igralcev - z njimi opišemo, kako zadovoljen je vsak igralec z določenim izidom
statične igre - igre, ki se igrajo enkrat in pri katerih igralci istočasno naredijo poteze
strategije igralcev - vsi možni načini delovanja igralcev
strateška igra - statična igra s popolno informacijo
strogo dominantna poteza - poteza nekega igralca je strogo dominantna, kadar je boljša od vseh drugih potez, ki jih ima igralec na voljo
strogo dominirana poteza - poteza nekega igralca je strogo dominirana, kadar je neka druga poteza tega igralca v vsakem primeru boljša
von Neumann-Morgensternova koristnost $\boldsymbol{U_i}$ igralca $\boldsymbol{i}$ - to je funkcija, definirana z: $U_i(\alpha) = \sum\limits_{a_i \in A_i} \alpha_i(a_i) \cdot E_i(a_i, \alpha_{-i})$, pri čemer je:

- $\alpha_i(a_i)$ verjetnost, da igralec i igra a_i,
- $E_i(a_i, \alpha_{-i})$ pričakovana vrednost, če igralec i igra čisto strategijo a_i, ostali pa mešane strategije α_{-i}: $E_i(a_i, \alpha_{-i}) = \sum\limits_{a_{-i} \in A_{-i}} \alpha_{-i}(a_{-i}) \cdot u_i(a_i, a_{-i})$, pri čemer je:
  - $\alpha_{-i}(a_{-i})$ verjetnost, da ostali igralci igrajo a_{-i},
  - u pa Bernoullijeva funkcija koristnosti, s katero predstavimo vNM preference

1 Uvod

S teorijo iger sem se prvič srečal na dodipomskem študiju, kjer sem se seznanil z osnovami klasične teorije iger in njeno uporabo pri modeliranju različnih strateških situacij. Teorija iger me je že od samega začetka pritegnila predvsem zato, ker ni tako abstraktna in ima širok spekter uporabe, saj jo je po eni strani mogoče uporabiti v ekonomskih, političnih in vojaških vedah, po drugi strani pa tudi v biologiji, psihologiji in športu. Pomanjkljivosti klasične teorije iger sem podrobneje spoznal na podiplomskem študiju. Takrat sem tudi ugotovil, da klasična teorija iger običajno ne da dovolj jasnih napovedi o tem, kako naj bi se igra odigrala.

Šele ob koncu podiplomskega študija sem se po zaslugi izr. prof. dr. Aljaža Uleta prvič srečal z vedenjsko teorijo iger in ugotovil, da se uporablja za napovedovanje vedenja in razmišljanja ljudi ter za svetovanje ljudem v realnih okoljih. Vedenjska teorija iger me je navdihnila predvsem zato, ker po eni strani temelji na formalnih matematičnih modelih, ki se mi, gledano s stališča matematika, zdijo pomembni, po drugi strani pa se naslanja na poskuse, s pomočjo katerih lahko neposredno in podrobno opazujemo vedenje in razmišljanje ljudi v strateških situacijah.

Ko sem se začel poglabljati v vedenjsko teorijo iger sem ugotovil, da je zelo malo literature o vedenjski teoriji iger v slovenskem jeziku. V želji, da bi slovenskim študentom matematike, ekonomije, psihologije, biologije ter vsem ostalim, ki jih zanima, kako se ljudje vedemo in razmišljamo v strateških situacijah, predstavil vedenjsko teorijo iger in poudaril njeno uporabnost, sem se odločil, da magistrsko delo namenim vedenjski teoriji iger. Poleg predstavitve vedenjske teorije iger, opisa pripadajočih modelov in raziskave, ki sem jo izvedel, je moj namen v magistrskem delu bralcem pojasniti razlike med klasično in vedenjsko teorijo iger ter podrobneje predstaviti eksperimentalni pristop k teoriji iger.

V sklopu magistrskega dela smo z mentorjem izr. prof. dr. Aljažem Uletom in njegovo asistentko dr. Andrejo Živoder tudi izvedli poskus, s pomočjo katerega smo skušali ugotoviti ali se študenti slovenskih fakultet v strateških situacijah odločajo podobno kot udeleženci preteklih poskusov. Poskusa se je udeležilo 36 študentov, ki so bili v času izvedbe poskusa vpisani na različne študijske smeri. Poskus je bil izveden preko programskega paketa *z-Tree,* ki se uporablja za razvijanje in izvajanje ekonomskih poskusov. Sestavljen je bil iz osmih iger, s katerimi modeliramo različne ekonomske situacije. Na podlagi dveh statističnih testov smo ugotovili, da so se študenti slovenskih fakultet odločali podobno kot udeleženci preteklih poskusov. Poleg tega smo tudi uspeli potrditi našo hipotezo, ki pravi, da daje vedenjska teorija iger boljše napovedi kot klasična teorija iger.

Poglejmo si sedaj še strukturo magistrskega dela.

V prvem delu magistrskega dela bomo najprej spoznali teoretske osnove področij nekooperativne teorije iger in vedenjske teorije iger. Ker se vedenjska teorija iger pogosto naslanja na poskuse, bomo v prvem delu predstavili tudi eksperimentalni pristop k teoriji iger.

Ko bomo osvojili teoretično znanje, se bomo osredotočili na raziskavo, ki predstavlja pomemben del magistrskega dela. Najprej bomo predstavili raziskovalno vprašanje, nato pa bomo vse igre, ki smo jih vključili v raziskavo oziroma poskus, podrobno opisali. V nadaljevanju bomo na podlagi klasične teorije iger, vedenjske teorije iger ter preteklih poskusov naredili napovedi o tem, kako naj bi se vsaka izmed iger odigrala.

V magistrskem delu bomo tudi podrobno opisali okolje, v katerem smo izvedli poskus, predstavili kako so potekale priprave na poskus ter navedli nekaj osnovnih informacij o udeležencih poskusa.

Zadnji del magistrskega dela bo namenjen predstavitvi rezultatov poskusa in razpravi. Naše napovedi bomo s pomočjo dveh statističnih testov testirali in na podlagi teh skušali odgovoriti na raziskovalno vprašanje.

2 Teoretske osnove in literatura

Glavni del magistrskega dela začenjamo s poglavjem *Teoretske osnove in literatura*, v katerem bomo podrobneje opisali teoretske osnove področja nekooperativne teorije iger in vedenjske teorije iger ter navedli glavno literaturo, na katero se bomo v magistrskem delu sklicevali. Tako kot na vsakem področju, je potrebno tudi pri teoriji iger najprej dobro razumeti teoretično ozadje, preden se posvetimo raziskavi.

V podpoglavju 2.1 bomo najprej povedali nekaj o zgodovini teorije iger. Predstavili bomo osebe, ki so bile najbolj zaslužne za razvoj teorije iger ter za to, da se danes teme s področja teorije iger predavajo na številnih univerzah širom sveta. V podpoglavju 2.2 bomo predstavili vede, ki za reševanje svojih problemov uporabljajo teorijo iger. Podpoglavje 2.3 bo namenjeno predstavitvi klasične teorije iger, na podlagi katere sta se kasneje razvili tudi vedenjska in evolucijska teorija iger. Spoznali bomo, da je teorija iger področje, ki se ukvarja s strateškimi situacijami, v katerih vsak igralec (npr. človek, podjetje) pri sprejemanju svojih odločitev upošteva tudi razmišljanje in obnašanje ostalih igralcev. Klasična teorija iger strateške situacije preučuje in analizira s pomočjo matematičnih orodij in modelov, ki običajno temeljijo na *teoriji racionalne izbire*. Ta pravi, da so igralci racionalni in da imajo racionalne preference [1]. V magistrskem delu se bomo osredotočili na nekooperativne igre, ki preučujejo delovanje posameznikov v strateškem okolju. V takih vrstah iger kakršnokoli sodelovanje med igralci ni dovoljeno.

V drugi polovici 20. stoletja, ko se je teorijo iger že redno uporabljalo v ekonomskih vedah, so številni eksperimentalni ekonomisti in ostali, ki jih je zanimalo področje teorije iger, začeli izvajati poskuse z ekonomsko vsebino. V teh poskusih so bili udeleženci običajno študenti, ki so igrali različne strateške igre, s katerimi so ekonomisti modelirali različne ekonomske situacije. Poskusi so v zadnjih desetletjih postali nepogrešljiv člen vsake večje raziskave. S pomočjo poskusov lahko raziskovalci neposredno opazujejo in nadzorujejo glavne spremenljivke oziroma dejavnike, poleg tega pa so poskusi učinkovito orodje za testiranje hipotez in različnih ravnovesij, ki jih predvidevata standardna ekonomska teorija in klasična teorija iger. O eksperimentalnem pristopu k teoriji iger bomo govorili v 2.4.

Na podlagi poskusov so raziskovalci ugotovili, da se ljudje v realnih okoljih ne obnašamo tako, kot je predvidevala klasična teorija iger. Začeli so se zavedati, da je za boljše razumevanje razmišljanja in delovanja ljudi potrebno na področju teorije iger nekaj spremeniti oziroma nadgraditi. Tako se je počasi začela razvijati vedenjska teorija iger, ki je v veliki meri uporabljala metode iz klasične teorije iger in eksperimentalne ekonomije. Vedenjsko teorijo iger bomo podrobneje predstavili v podpoglavju 2.5. Z upoštevanjem tako klasične kot tudi vedenjske teorije iger so ljudje postopoma začeli prihajati do bolj realističnih modelov in natančnejših napovedi, kar je potrdilo domnevo, da sta tako klasična teorija iger kot tudi vedenjska teorija iger izjemno pomembni za razumevanje družbe.

Temeljna literatura, na katero se bomo navezovali predvsem v podpoglavju 2.3, bo Osbornova knjiga z naslovom *An Introduction to Game Theory* [1]. To je klasična knjiga s področja teorije iger, ki opisuje osnovna načela in predpostavke klasične teorije iger ter prikazuje kako lahko s pomočjo teorije iger modeliramo ekonomske, družbene, politične in biološke pojave. Knjiga poleg teoretičnega ozadja, za katerega bralec sicer potrebuje vsaj srednješolsko znanje iz matematike, vsebuje tudi številne primere in opise različnih iger (npr. strateških, ekstenzivnih, koalicijskih, Bayesovih) ter naloge za utrjevanje znanja. Priporočljiva je tako za študente, ki se prvič srečajo s področjem klasične teorije iger, kot tudi za študente, ki želijo poglobiti svoje znanje s področja klasične teorije iger.

Glavna literatura magistrskega dela pa bo Camererjeva knjiga z naslovom *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction* [2]. To je ena izmed prvih in hkrati najbolj znanih knjig, v kateri je predstavljeno raziskovalno področje vedenjske teorije iger. Skozi celotno knjigo Camerer teoretični okvir dopolnjuje z opisom številnih poskusov, ki so jih v preteklosti izvedli raziskovalci. V knjigi so prepletena področja matematike, ekonomije, psihologije, sociologije in antropologije, zato je knjiga namenjena širšemu krogu bralcem. Namenjena je vsem tistim, ki se želijo nekaj novega naučiti o vedenju, obnašanju in strateškem razmišljanju ljudi v resničnem svetu.

2.1 Zgodovina teorije iger

Zgodovina teorije iger je razmeroma kratka. Zametki klasične teorije iger segajo v 18. stoletje, ko so francoski matematik Pierre Remond de Montmort, jakobinec Charles Waldegrave in švicarski matematik Nicolaus Bernoulli analizirali igro s kartami, imenovano *le Her*, in skušali najti strategijo, ki bi maksimizirala verjetnost zmage v tej igri. Ker je bila analiza igre z več kot dvema igralcema precej zahtevna, so analizirali igro za dva igralca in ugotovili, da je optimalna strategija mešana strategija. Opisani problem je znan pod imenom *Waldegravov problem* [3].

S tem problemom se je začela v enostavnejših oblikah razvijati klasična teorija iger.

V 19. stoletju, natančneje leta 1838, je francoski matematik in ekonomist Antoine Augustin Cournot izdal knjigo z naslovom *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (angl. *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*), v kateri je opisal model duopola in predstavil omejeno različico koncepta Nashevega ravnovesja, katerega je šele kasneje, v petdesetih letih 20. stoletja, formalno opredelil John F. Nash [4, 5].

Do največjega napredka v teoriji iger je prišlo šele po letu 1920. Največ zaslug za to so imeli francoski matematik Emile Borel, ekonomist Oskar Morgenstern in madžarsko-ameriški matematik, fizik in računalniški znanstvenik John von Neumann. Emile Borel je v obdobju od leta 1921 do leta 1927 izdal več člankov o teoriji iger in bil prvi, ki je definiral igre strategij [6].

Njegovo delo je nadgradil John von Neumann, ki je svoj prvi članek, nanašajoč se na teorijo iger, izdal leta 1928. To je bil članek z naslovom *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele* (angl. *On the Theory of Games of Strategy*) [4, 7].

Najbolj zaslužna za razvoj in prepoznavnost teorije iger pa sta bila John von Neumann in Oskar Morgenstern, ki sta leta 1944 izdala knjigo z naslovom *Theory of Games and Economic Behavior* in s tem delom postavila temelje klasični teoriji iger [8]. Šele s tem delom se je teorija iger uveljavila kot samostojno področje. Na področju teorije iger so se do začetka petdesetih let 20. stoletja osredotočali predvsem na igre z ničelno vsoto za dva igralca [1]. V začetku petdesetih let 20. stoletja je nato ameriški matematik John F. Nash predstavil ključni koncept Nashevega ravnovesja in opisal strateške igre, ki imajo Nashevo ravnovesje (igra *dilema zapornikov*, igra *Bach ali Stravinsky*). John F. Nash je postavil temelje za teorijo pogajanj in nekooperativnih iger. Zaradi Nashevega doprinosa se je področje teorije iger močno razširilo [9–12].

Teorija iger se je poleg uporabe v ekonomskih vedah začela postopoma uporabljati tudi v političnih in ostalih družbenih vedah (sociologija, psihologija). V sedemdesetih letih 20. stoletja se je po zaslugi evolucijskega biologa Johna Maynarda Smitha začela teorija iger uporabljati tudi v biologiji [13].

Dodatne pozornosti je bilo področje teorije iger deležno leta 1994, ko so John F. Nash, John C. Harsanyi in Reinhard Selten prejeli Nobelovo nagrado iz ekonomije za dosežke na področju teorije iger. Do vključno leta 2016 je bilo nato podeljenih še 8 Nobelovih nagrad, ki so bile povezane s teorijo iger (2005: T. Schelling, R. Aumann, 2007: L. Hurwicz, E. Maskin, R. B. Myerson, 2012: A. E. Roth, L. S. Shapley, 2014: J. Tirole) [14].

2.2 Kje se teorija iger uporablja?

Teorija iger se najpogosteje uporablja v ekonomiji. Osborne je v [1] podal veliko primerov iz ekonomije: pogajanja med kupci in prodajalci izdelkov, tekmovanja med ponudniki na dražbah, Bertrandov in Cournotov model oligopola, pravočasni izstop iz zamirajoče industrije, tekmovanja med podjetji na trgu ter zagotavljanje javnih dobrin. Poleg tega se teorija iger uporablja tudi v političnih vedah (tekmovanja med predsedniškimi kandidati za glasove volivcev, odločitve o udeležbi na volitvah) in vojaških vedah (strateško oboroževanje, osvajanje ozemelj).

V zadnjih letih se je teorija iger začela uporabljati tudi v biologiji (tekmovanje za hrano in ozemlje, tekmovanje za samico, simbioza med živalmi, medsebojno negovanje pri živalih, opozarjanje na nevarnost pri surikatah in Beldingovih zemeljskih vevericah), sociologiji, psihologiji, antropologiji (preučevanje vedenja in razmišljanja naših prednikov) in športu (začetni udarec pri tenisu, izvajanje enajstmetrovk pri nogometu, uporaba nedovoljenih poživil).

2.3 Klasična teorija iger

Preden se poglobimo v področje teorije iger, moramo najprej odgovoriti na vprašanje, kaj je teorija iger. Teorija iger je ena izmed vej uporabne matematike, ki se ukvarja s strateškimi situacijami, v katerih vsak igralec (npr. človek, žival, država, podjetje) s svojimi dejanji vpliva na dejanja ostalih igralcev. S pojmom strateška situacija v teoriji iger označujemo vsako situacijo, v kateri igralec, pri sprejemanju svojih odločitev, upošteva tudi razmišljanje in obnašanje ostalih igralcev. Običajno se teorija iger ukvarja z igrami, ki vključujejo vsaj dva igralca in ki imajo več možnih izidov. V strateških situacijah ne moremo uporabiti navadne optimizacije, ker optimalno odločanje posameznika ni odvisno le od njega samega, ampak je odvisno tudi od odločitev, ki jih sprejemajo ostali igralci [1].

Primeri iz vsakdanjega življenja so npr:

- odločitev prodajalca rabljenega avtomobila o tem, kako hitro naj pri pogajanju s potencialnim kupcem zniža ceno,
- odločitev zaposlenih o tem ali naj v odsotnosti direktorja v delo vložijo manj truda, kot bi ga sicer,
- odločitev meščanov o tem ali naj denar vložijo v izgradnjo javne dobrine (npr. svetilnika ali čistilne naprave) ali ne,
- odločitev ljudi o tem, kakšno ceno naj ponudijo za umetnino,

- odločitev ljudi o tem, katero stransko cesto naj izberejo, če je na glavni cesti gneča,
- odločitev lovca o tem ali naj se pridruži lovu in odločitev lovcev o tem, kako razdeliti ulov,
- odločitev rokometaša o tem, kako izvajati sedemmetrovko,
- odločitev športnikov o tem ali naj jemljejo nedovoljena poživila ali ne.

V magistrskem delu se bomo posvetili nekooperativnim igram, ki se osredotočajo na delovanje posameznikov v strateških situacijah. Omejili se bomo na statične igre s popolno informacijo (imenujemo jih tudi strateške igre), v katerih nas bodo zanimala predvsem Nasheva ravnovesja. Statične igre s popolno informacijo so igre, ki se igrajo enkrat in v katerih igralci izberejo poteze istočasno, poleg tega pa so vsi parametri igre (preference, strategije in izplačila igralcev ter možni izidi igre) ter sama igra skupno znanje vseh igralcev. To pomeni, da vsak igralec pozna igro ter vse parametre igre in vsak igralec ve, da vsak izmed ostalih igralcev pozna igro ter vse parametre igre [1].

Številni modeli v klasični teoriji iger temeljijo na *teoriji racionalne izbire*, ki predpostavlja, da so igralci racionalni in da imajo racionalne preference. Za igralca pravimo, da je *racionalen*, če vedno izbere potezo, ki je glede na njegove preference vsaj tako dobra kot vse ostale poteze, ki jih ima na voljo. Ko modeliramo igre z ekonomsko vsebino, se največkrat optimalna poteza navezuje na potezo, ki igralcu prinese največji dobiček oziroma najmanjšo izgubo. Ko govorimo o vojnah, se največkrat optimalna poteza navezuje na potezo, ki državi prinese največ ozemlja oziroma najmanj ranjenih in mrtvih ljudi. Za preference pravimo, da so *racionalne*, če so tranzitivne in kompletne. O kompletnih preferencah govorimo, če je igralec vedno sposoben med seboj primerjati vse možne poteze in se zna odločiti za eno izmed njih oziroma ve, če so mu katere izmed potez enako dobre (indiferentnost). Tranzitivnost pa pomeni naslednje: če igralcu poteza A prinese vsaj toliko zadovoljstva kot poteza B in mu poteza B prinese vsaj toliko zadovoljstva kot poteza C, potem mu tudi poteza A prinese vsaj toliko zadovoljstva kot poteza C [1].

Če preference zadoščajo omenjenima dvema aksiomoma kompletnosti in tranzitivnosti, potem lahko definiramo funkcijo koristnosti, s katero predstavimo preference nad gotovimi izidi. Na tem mestu pa se moramo vprašati, kako predstaviti preference nad izidi, ki se ne zgodijo z verjetnostjo 1. V vsakdanjem življenju se namreč pogosto zgodi, da igralci izbirajo svoje poteze z določeno verjetnostjo p, ki je pogosto manjša od 1, zato se tudi posamezni izidi ne zgodijo z verjetnostjo 1.

Ljudje se pogosto znajdemo v sitaucijah, v katerih je prisotno tveganje in negotovost. Iz verjetnosti vemo, da se je v takih situacijah smiselno obrniti na pričakovane vrednosti. V tej smeri sta razmišljala tudi von Neumann in Morgenstern, ki sta leta 1944 vpeljala von Neumann-Morgensternovo funkcijo koristnosti, s katero sta skušala opisati t.i. preference igralcev nad *loterijami.* Loterija L je porazdelitev verjetnosti nad končno množico izidov $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$: $L = [x_i : p_i]_{i=1}^n$. Pri tem je $p_i = P(x_i)$ (verjetnost, da se zgodi izid x_i) [8, 16].

Da sta von Neumann in Morgenstern lahko vpeljala von Neumann-Morgensternovo funkcijo koristnosti, so morale preference nad loterijami zadoščati štirim aksiomom [15]:

- *aksiomu kompletnosti*, ki pravi naslednje: za poljubni loteriji X in Y igralec ve, katera mu prinese več zadovoljstva oziroma ve, če mu loteriji prineseta enako zadovoljstva,
- *aksiomu tranzitivnosti*, ki pravi naslednje: če igralcu loterija X prinese vsaj toliko zadovoljstva kot loterija Y in mu loterija Y prinese vsaj toliko zadovoljstva kot loterija Z, potem mu tudi loterija X prinese vsaj toliko zadovoljstva kot loterija Z,
- *aksiomu zveznosti*, ki pravi naslednje: če ima igralec loterijo X rajši kot loterijo Y in loterijo Y rajši kot loterijo Z, potem obstaja enolično določeno število $p \in (0, 1)$, za katero velja, da je igralec indiferenten med loterijo Y in sestavljeno loterijo $pX + (1 - p)Z$,
- *aksiomu neodvisnosti*, ki pravi naslednje: če ima igralec loterijo X rajši kot loterijo Y, potem ima tudi sestavljeno loterijo $pX + (1 - p)Z$ rajši kot sestavljeno loterijo $pY + (1 - p)Z$, pri čemer je Z poljubna loterija in $p \in (0, 1)$ [15].

Preference, ki zadoščajo aksiomom kompletnosti, tranzitivnosti, zveznosti in neodvisnosti, imenujemo *von-Neumann Morgensternove preference.*

Racionalni igralec j loterije $L = [x_i : p_i]_{i=1}^n$ vrednoti s pomočjo von Neumann-Morgensternove funkcije koristnosti U_j, za katero velja:

$$U_j(L) = \sum_{x_i \in X} p_i \cdot u_j(x_i).$$

Pri tem je u_j Bernoullijeva funkcija koristnosti, katere pričakovana vrednost predstavlja von Neumann-Morgensternove preference (preference igralcev nad loterijami) [1, 16]. Igralčeva odločitev je torej odvisna od verjetnosti pojavitve vsakega izmed možnih izidov, p_i, in od tega, koliko zadovoljstva u_j mu vsak izmed možnih izidov prinese.

Klasična teorija iger je precej matematično usmerjena in za preučevanje ter analiziranje strateškega odločanja uporablja matematične modele in orodja. Pri analizi strateških situacij je pozornost običajno usmerjena v preučevanje stabilnih stanj. Ko govorimo o (končnih) strateških igrah, je ključen pojem *čisto Nashevo ravnovesje*, ki odraža stabilno stanje med izkušenimi igralci. To je stanje, v katerem so vsi igralci hkrati zadovoljni s svojimi potezami in jih, pri danih (fiksnih) potezah nasprotnikov, niso pripravljeni spremeniti. V matematičnem smislu si lahko stanje predstavljamo kot vektor, pri katerem i-ta komponenta predstavlja potezo i-tega igralca.

Čisto Nashevo ravnovesje je poseben primer bolj splošnega mešanega Nashevega ravnovesja, ki odraža *stohastično* stabilno stanje, v katerem vsak igralec izbira svoje poteze z določeno verjetnostjo. Iz teorije vemo, da ima vsaka končna strateška igra (igra, v kateri nastopa končno število igralcev in v kateri ima vsak izmed igralcev na voljo končno mnogo potez) z von Neumann-Morgensternovimi preferencami vsaj eno mešano Nashevo ravnovesje. Žal pa nam trditev, ki zagotavlja obstoj ravnovesja, ne pove ničesar o tem, kako ravnovesje najti. Na tem mestu je potrebno omeniti še to, da je predpostavka, da imajo vsi igralci končno mnogo potez, zadosten pogoj za obstoj Nashevega ravnovesja, ne pa nujen. Tudi v nekaterih igrah, kjer imajo igralci na voljo neskončno potez (npr. Cournotov in Bertrandov model), lahko najdemo Nasheva ravnovesja. Več o mešanih Nashevih ravnovesjih si lahko bralec prebere v [1].

Iskanja čistih Nashevih ravnovesij v končnih strateških igrah se lahko lotimo tako, da najprej poiščemo strogo dominirane poteze in jih izločimo. V morebitni zoženi igri si nato lahko pomagamo z določitvijo *korespondence najboljših odgovorov*. Korespondenca najboljših odgovorov nekega igralca vsakemu naboru potez ostalih igralcev priredi množico tistih njegovih potez, ki mu prinesejo največjo vrednost. Če imamo npr. končno igro za dva igralca, potem v taki igri poiščemo poteze igralca i, ki so najboljši odgovor na poteze igralca j (i=1, j=2 oziroma i=2, j=1). Če oba igralca hkrati izbereta najboljši odgovor, potem je izid (tj. skupek potez) čisto Nashevo ravnovesje [1].

V situacijah v katerih želimo uporabiti teorijo Nashevega ravnovesja upoštevamo, da igralci delujejo v skladu s teorijo racionalne izbire [1].

Za lažje razumevanje predstavljene teoretične vsebine, si poglejmo primer strateške igre za dva igralca in poiščimo čista Nasheva ravnovesja.

Primer 2.1. Poiščimo čista Nasheva ravnovesja strateške igre, ki je podana v Tabeli 1:

Tabela 1: Strateška igra, podana v matrični obliki

	igralec 2 (*IG2*)		
		L	D
igralec 1 (*IG1*)	Z	3, 2	2, 1
	S	1, 4	3, 7

Najprej opazimo, da igralca nimata strogo dominiranih potez. To pomeni, da igre ne moremo zožiti. Nato opazimo naslednje štiri stvari:

- če *IG2* igra potezo L, je za *IG1* optimalno, da igra potezo Z,
- če *IG2* igra potezo D, je za *IG1* optimalno, da igra potezo S,
- če *IG1* igra potezo Z, je za *IG2* optimalno, da igra potezo L,
- če *IG1* igra potezo S, je za *IG2* optimalno, da igra potezo D.

Iz tega sledi, da ima igra dve čisti Nashevi ravnovesji: (Z, L) in (S, D). Igra ima tudi eno mešano Nashevo ravnovesje, ([Z: $\frac{3}{4}$ | S: $\frac{1}{4}$], [L: $\frac{1}{3}$ | D: $\frac{2}{3}$]). Postopek izračuna mešanega Nashevega ravnovesja je opisan v Prilogi A. $\triangle$

Stabilna stanja iščemo tudi v drugih vrstah (končnih) iger (statičnih igrah z nepopolno informacijo, dinamičnih igrah s popolno in z nepopolno informacijo), vendar takrat običajno ne govorimo več o Nashevih ravnovesjih, ampak predvsem o drugih ravnovesjih (Bayesovih, perfektnih in sekvenčnih ravnovesjih).

2.3.1 Izboljšave klasične teorije iger

V klasični nekooperativni teoriji iger analiziramo igre z namenom, da napovemo kako bi določeno igro odigrali sebični racionalni igralci oziroma z namenom, da povemo kako igro odigrati v primeru, če so naši nasprotniki racionalni in sebični [17].

Povedali smo že, da pojem Nashevega ravnovesja odraža stabilno stanje med izkušenimi igralci. Izkušnje igralci pridobijo tako, da igro večkrat odigrajo z različnimi, naključno izbranimi nasprotniki. Ravnovesje predpostavlja, da igralci tvorijo pravilna prepričanja o strategijah ostalih igralcev in da izbirajo svoje strategije v skladu s svojimi prepričanji [1].

Kaj pa, če igralci igrajo igro koordinacije, ki ima več stabilnih stanj? Ali lahko v tem primeru samo s pomočjo klasične Nasheve teorije napovemo v katerem izmed ravnovesij se bodo igralci znašli?

Poglejmo si dve igri koordinacije, ki sta podani v Tabelah 2 in 3, v katerih števila predstavljajo denarni znesek:

Tabela 2: Igra koordinacije 1

		igralec 2	
		X	Y
igralec 1	X	55, 55	25, 35
	Y	35, 25	35, 35

Tabela 3: Igra koordinacije 2

		igralec 2	
		X	Y
igralec 1	X	100, 100	0, 80
	Y	80, 0	80, 80

Obe igri imata dve čisti Nashevi ravnovesji: (X, X), (Y, Y). V obeh igrah je za igralce optimalno, da se koordinirajo na ravnovesje (X, X), saj jim to ravnovesje prinese največji zaslužek. Pretekli poskusi pa so pokazali, da v prvi igri (Tabela 2) igralci res skoraj vedno izberejo potezo X, v drugi igri (Tabela 3) pa večina igralcev izbere potezo Y [18]. Eno možno razlago zakaj do tega pride sta podala Harsanyi in Selten [19, 20]. Domnevala sta, da se igralci v prvi igri koordinirajo na ravnovesje (X, X) zaradi dominantnega zaslužka, v drugi igri pa se koordinirajo na ravnovesje (Y, Y), ker je poteza Y manj tvegana. Ko bomo spoznali vedenjsko teorijo iger bomo videli, da dejstvo, da se igralci v drugi igri večinoma znajdejo v ravnovesju (Y, Y) namesto v ravnovesju (X, X) niti ni presenetljivo, saj je za ljudi v splošnem značilno, da se veliko bolj bojimo izgub kot dobičkov, zato raje izberemo manj tvegano potezo.

John Harsanyi in Reinhard Selten sta študirala splošno igro koordinacije, za katero velja, da je $A > B$, $D > C$, $a > b$ in $d > c$ (Tabela 4). Tako definirana igra koordinacije ima dve čisti Nashevi ravnovesji: (X, X) in (Y, Y). Harsanyi in Selten sta ugotovila, da je potrebno pojem Nashevega ravnovesja v igrah koordinacije izboljšati oziroma nadgraditi, če želimo bolje razumeti vedenje igralcev v omenjenih igrah [19–21].

Tabela 4: Igra koordinacije v splošni obliki

		igralec 2	
		X	Y
igralec 1	X	A, a	C, b
	Y	B, c	D, d

Uvedla sta kriterij dominantnega zaslužka in kriterij dominantnega tveganja ter definirala pojma Nashevo ravnovesje z dominantnim zaslužkom in Nashevo ravnovesje z dominantnim tveganjem [19–21]:

- (X, X) je *Nashevo ravnovesje z dominantnim zaslužkom*, če je $A \geq D$, $a \geq d$ in velja vsaj ena od strogih neenakosti: $A > D$ ali $a > d$,
- (Y, Y) je *Nashevo ravnovesje z dominantnim tveganjem*, če velja $(C–D)(c–d) \geq (B–A)(b–a)$.

V igri, ki je podana v Tabeli 2, je (X, X) hkrati Nashevo ravnovesje z dominantnim zaslužkom in dominantnim tveganjem. V igri, ki je podana v Tabeli 3, je (X, X) Nashevo ravnovesje z dominantnim zaslužkom, (Y, Y) pa Nashevo ravnovesje z dominantnim tveganjem. Opazimo, da je v igri koordinacije, ki je prikazana v Tabeli 3, poteza Y bistveno manj tvegana kot poteza X, saj s potezo Y igralca dobita najmanj 80, s potezo X pa najmanj 0.

Če ima igra več stabilnih stanj, je torej izbira potez odvisna od tega ali pri igralcih prevladuje želja po zaslužku ali strah pred izgubo.

Pri igranju strateških iger igralci pogosto na podlagi izkušenj oblikujejo prepričanja o odločanju ostalih igralcev in v skladu s temi prepričanji izberejo svojo najboljšo potezo. En možen način, s katerim lahko igralci pridobijo izkušnje je ta, da igro večkrat odigrajo z različnimi, naključno izbranimi nasprotniki. Ker pa se poskusov velikokrat udeležijo igralci, ki se s strateškimi igrami pred tem še niso srečali, se je smiselno vprašati kako bi strateške igre odigrali neizkušeni igralci.

En možen model, s katerim lahko opišemo razmišljanje ljudi v strateških situacijah, je *model ekstremnega strahu pred tveganjem*. V realnih okoljih igralci delujejo v skladu s tem modelom predvsem takrat, ko ne zaupajo nasprotnemu igralcu in ne želijo preveč tvegati. V tem modelu se za izbiro optimalne poteze uporablja postopek *maximin analize*. Igralce, ki uporabljajo maximin analizo imenujemo maximin igralci. Postopek izračuna maximin optimalne poteze si poglejmo na enostavni strateški igri, ki je prikazana v Tabeli 5.

Igralec 1 ima na voljo dve potezi, U in D. Za vsako izmed svojih potez igralec 1 izračuna, kolikšna je najnižja možna vrednost, ki jo lahko dobi, če igra izbrano potezo. Če bo igralec 1 igral U, bo najnižja možna vrednost znašala -11 (v primeru, če bo igralec 2 igral R), ker je $\min\{3, \text{-}11\}$ =-11. Če pa bo igralec 1 igral D, bo najnižja možna vrednost znašala 0 (v primeru, če bo igralec 2 igral L), ker je $\min\{0, 2\} = 0$. Ker je poteza D manj tvegana kot poteza U oziroma ker je $\max\{\min\{3, \text{-}11\}, \min\{0, 2\}\} = \max\{\text{-}11, 0\} = 0$, se bo maximin igralec odločil za potezo D.

Tabela 5: Igra koordinacije 3

		igralec 2	
igralec 1		L	R
	U	3, 4	-11, 0
	D	0, -9	2, 2

Tudi igralec 2 ima na voljo dve potezi, L in R. Za vsako izmed svojih potez igralec 2 izračuna, kolikšna je najnižja možna vrednost, ki jo lahko dobi, če igra izbrano potezo. Če bo igralec 2 igral L, bo najnižja možna vrednost znašala -9 (v primeru, če bo igralec 1 igral D), ker je $\min\{4, \text{-}9\} = \text{-}9$. Če pa bo igralec 2 igral R, bo najnižja možna vrednost znašala 0 (v primeru, če bo igralec 1 igral U), ker je $\min\{0, 2\} = 0$. Ker je poteza R manj tvegana kot poteza L oziroma ker je $\max\{\min\{4, \text{-}9\}, \min\{0, 2\}\} = \max\{\text{-}9, 0\} = 0$, se bo maximin igralec odločil za potezo R. To pomeni, da se bosta maximin igralca znašla v ravnovesju (D, R) [1].

V podpoglavju 2.3 smo predstavili klasično teorijo iger, ki temelji na teoriji racionalne izbire, iskanju ravnovesij in maksimiziranju zadovoljstva sebičnih racionalnih igralcev. V preostanku poglavja 2 bomo predstavili eksperimentalni pristop k teoriji iger, izpostavili pomanjkljivosti klasične teorije iger in predstavili vedenjsko teorijo iger, s katero je naše napovedovanje vedenja in razmišljanja ljudi v realnih okoljih postalo v zadnjih letih bistveno bolj natančno. Spoznali bomo nekaj modelov, s katerimi v resničnem svetu napovedujemo vedenje ljudi v določenih strateških situacijah.

2.4 Eksperimentalni pristop k teoriji iger

V prejšnjem podpoglavju smo podrobneje spoznali klasično teorijo iger, za katero smo ugotovili, da je precej matematično usmerjena. Ker vedenjska teorija iger, kateri bo namenjeno podpoglavje 2.5, temelji na poskusih, s pomočjo katerih skuša bolje razumeti in razložiti družbene, politične ter biološke procese, bomo v tem podpoglavju predstavili eksperimentalni pristop k teoriji iger.

V poskusih, ki se izvajajo v okviru teorije iger, velikokrat testiramo ali so igralci res strogo racionalni ter sebični kot predpostavlja klasična teorija iger (pogosto se izkaže, da niso) in ali se res znajdejo v Nashevem ravnovesju. Odločitve, ki jih udeleženci poskusov sprejemajo, so anonimne.

Poskusi so se sprva izvajali pretežno v laboratorijih in so temeljili na hipotetičnih nagradah in odločitvah. V teh poskusih so udeleženci igrali različne strateške igre (npr.

igro ultimata ter dilemo zapornikov) in sprejemali odločitve v situacijah, v katerih je bilo prisotno tveganje in negotovost. Udeleženci poskusa so se npr. morali odločiti ali bi raje dobili 1000 evrov z verjetnostjo 1 ali 2000 evrov z verjetnostjo $\frac{1}{2}$, ne glede na odločitve, ki so jih sprejeli, pa pravega denarja niso prejeli. Razmišljanje zgolj o hipotetičnih situacijah je lahko za udeležence, ki so si težko predstavljali hipotetične situacije, po nekem času postalo nesmiselno in dolgočasno, zaradi česar so lahko odločitve začeli sprejemati naključno, zato da bi hitreje zaključili s poskusom. To pa ni bila edina pomankljivost poskusov s hipotetičnimi nagradami.

Ena izmed pomanjkljivosti poskusov s hipotetičnimi nagradami je bila tudi ta, da so udeležencem omogočali, da se ti prikažejo v boljši luči. Ker so se udeleženci zavedali, da so njihove odločitve zgolj hipotetične in da ne nosijo posledic, namreč niso imeli razloga, da bi pri igranju strateških iger, v katerih se preučujeta človeška sebičnost in želja po dobičku, razkrili svoj pravi obraz. Ker sebičnost in pohlep po denarju v družbi nista tako cenjeni vrednoti kot sta npr. radodarnost in altruizem, ju ljudje, če je le mogoče, radi prikrijejo.

Raziskovalci, ki so izvajali poskuse v okviru področja teorije iger in ekonomije, so se sčasoma začeli zavedati, da bodo prišli do bolj realističnih podatkov, če bodo udeležencem za sprejete odločitve izplačali pravi denar. Za razliko od hipotetičnih nagrad, naj bi denarne nagrade udeležence spodbudile k razmišljanju in zagotavljale, da so udeleženci skozi celoten poskus, ki lahko včasih traja tudi več ur, osredotočeni zgolj na poskus in na nič drugega [22].

Glavna prednost laboratorijskih poskusov je ta, da raziskovalcem omogočajo popoln nadzor nad parametri, katere lahko po potrebah spreminjajo [23]. Obenem raziskovalci tudi opazujejo ter beležijo obnašanje udeležencev in tako hitreje pridejo do novih spoznanj.

Poskusi, ki se izvajajo v laboratoriju, imajo tudi nekaj pomanjkljivosti. Laboratorij je umetno ustvarjeno okolje, zato kritiki menijo, da niti v primeru, ko se odločitve sprejemajo za pravi denar, poskusov iz laboratorija ni mogoče posplošiti na dejanske situacije [23]. Lahko se namreč zgodi, da se ljudje v laboratoriju odločijo drugače, kot bi se v dejanskih situacijah. Razlogov za to je več:

- udeleženci v poskusu morda doživljajo stres,
- udeleženci morda ne verjamejo, da so vse njihove odločitve anonimne,
- ker morajo udeleženci v poskusu običajno sprejeti eno izmed *navedenih* odločitev, morda odločitve, ki bi jo udeleženci sprejeli v dejanski situaciji, v poskusu sploh ne morejo sprejeti, ker je ni med navedenimi odločitvami,

- udeleženci morda napačno interpretirajo navodila.

Drugi problem, s katerim se včasih srečujejo vodje laboratorijskih poskusov, je izbor udeležencev. Največkrat so udeleženci študenti, saj nimajo redne zaposlitve in jim že majhno plačilo predstavlja dovolj veliko motivacijo za udeležbo na poskusu. Prednost študentov je tudi, da so računalniško pismeni, kajti poskusi se v zadnjih dvajsetih letih izvajajo večinoma s pomočjo računalnika. Ker se poskusi običajno izvajajo dopoldne ali zgodaj popoldne, se ljudje, ki so redno zaposleni, poskusov ne morejo udeležiti. Poleg tega jim tudi majhno plačilo ne predstavlja dovolj velike motivacije. Pri upokojencih je problem, da velik delež upokojencev ni računalniško pismenih, zaradi česar bi morali zanje poskuse ustrezno prilagoditi. Ker se v poskusih običajno sprejemajo odločitve za pravi denar, se tudi osebe, ki so mlajše od osemnajstega leta starosti, poskusov ne bi mogle udeležiti brez soglasja staršev. Ker so torej udeleženci poskusov velikokrat študenti, ki na poskusih sprejemajo odločitve za majhno plačilo, rezultatov poskusov včasih ne moremo posplošiti.

Zaradi omenjenih problemov so začeli raziskovalci pogosteje izvajati poskuse v naravnem okolju (angl. *field experiments*), kjer ljudje običajno živijo in delajo. Ker so udeleženci teh poskusov postavljeni v naravno okolje, se običajno obnašajo tako kot v svojem vsakdanjem življenju in podajajo resnične odgovore [23].

Kljub temu se danes še vedno nekateri raziskovalci raje odločajo za izvajanje laboratorijskih poskusov, saj se v teh običajno uporabljajo standardni postopki, zaradi česar jih je bistveno lažje replicirati kot poskuse v naravnem okolju. Poleg tega so poskusi v naravnem okolju običajno tudi dražji od laboratorijskih in se izvajajo dlje časa [23].

V zadnjih letih so se nekateri raziskovalci, ki se ukvarjajo z vedenjsko ekonomijo oziroma vedenjsko teorijo iger, povezali z nevroraziskovalci in skupaj začeli preučevati delovanje človeških možganov v strateških situacijah ter v situacijah, v katerih je prisotno tveganje in negotovost. Preučevanja so se lotili z uporabo različnih metod slikanja možganov, kot so npr. EEG-elektroencefalografija, PET-pozitronska emisijska tomografija in fMRI-funkcionalna magnetna resonanca (več o tem si lahko bralec prebere v [24]). Izmed omenjenih treh metod je trenutno največ v uporabi najnovejša izmed njih, tj. funkcionalna magnetna resonanca, s pomočjo katere skušajo raziskovalci ugotoviti kateri deli možganov se aktivirajo, ko človek rešuje določen problem ter sprejema odločitve [24].

Ker je nakup oziroma izposoja opreme (npr. aparat za magnetno resonanco), ki je nujna za izvedbo take raziskave, izjemno draga, so tudi stroški izvedbe take raziskave bistveno višji kot stroški izvedbe laboratorijskega poskusa ali poskusa v naravnem okolju. Poskuse običajno financirajo agencije za raziskovalno dejavnost (v Sloveniji je to Javna agencija za raziskovalno dejavnost RS), saj so stroški običajno visoki (najem prostora, najem programske in druge opreme, plačilo udeležencev).

2.5 Vedenjska teorija iger

V podpoglavju 2.3 smo spoznali klasično teorijo iger, ki sloni na teoriji racionalne izbire. Osredotoča se na to, kako naj bi se v strateških situacijah odločali in razmišljali racionalni ljudje brez napak.

Ko so v drugi polovici 20. stoletja eksperimentalni ekonomisti in psihologi začeli izvajati prve ekonomske poskuse so ugotovili, da so predpostavke klasične teorije iger o ljudeh napačne in da klasična teorija iger ne pove ničesar o tem, kako naj bi se v strateških situacijah odločali in razmišljali običajni ljudje, ki imajo čustva in omejeno kapaciteto delovnega spomina. Ker se je klasična teorija iger premalo osredotočala na to, kako ljudje v resnici razmišljamo in se vedemo v strateških situacijah, ni bila ravno najboljše orodje za napovedovanje vedenja in razmišljanja ljudi v realnih okoljih [2]. Na podlagi ekonomskih poskusov se je v drugi polovici 20. stoletja začela razvijati vedenjska teorija iger, ki je danes ena izmed vej vedenjske ekonomije.

Vedenjska teorija iger govori o tem, kako ljudje v resnici igramo igre ter sprejemamo odločitve. Za razliko od klasične teorije iger, ki je precej matematično usmerjena, vedenjska teorija iger veliko pozornosti namenja opazovanju vedenja ter razmišljanja ljudi, statističnemu ocenjevanju in testiranju hipotez. Pri vedenjski teoriji iger so bistvenega pomena podrobni in popolni podatki, zato ker lahko iz njih npr. razberemo, zakaj so se v igrah, ki imajo več Nashevih ravnovesij (npr. igre koordinacije), igralci pogosteje znašli v enem Nashevem ravnovesju kot pa v drugem. Lahko npr. tudi preverimo ali se udeleženci poskusa odločajo v skladu s teorijo pričakovane koristnosti ali v skladu s kakšno drugo teorijo, npr. teorijo prospektov, ki jo bomo spoznali v podpoglavju 2.5.2. Podrobne in popolne podatke največkrat dobimo s pomočjo poskusov, ki posnemajo realna okolja.

Vedenjska teorija iger temelji na matematičnih modelih, ki jih nadgrajuje z dodatnimi predpostavkami o igralcih (ljudeh). Predpostavlja npr., da:

- na naše odločitve ne vpliva le razum, ampak tudi čustva,
- delujemo v skladu z navadami in sledimo normam družbe,
- delujemo po vzorcih družbe in družine,

- ljudje nismo vedno sebični in racionalni (ne maksimiziramo vedno le svojega dobička, nimamo vedno tranzitivnih preferenc),
- smo empatični,
- delamo napake,
- smo včasih pristranski,
- običajno zavračamo izgube,
- precenjujemo majhne verjetnosti in podcenjujemo velike verjetnosti,
- lahko naredimo le nekaj korakov naprej v razmišljanju,
- se včasih zanašamo na pretekle izkušnje in mentalne bližnjice,
- včasih dvomimo o nekaterih zmožnostih ostalih igralcev (npr. o tem, kako pametni ali racionalni so ostali igralci).

Ker vedenjska teorija iger upošteva vse te predpostavke, jo lahko uporabimo za napovedovanje vedenja in za svetovanje v realnih okoljih [2].

2.5.1 Zgodovina vedenjske teorije iger

Vedenjska teorija iger se je začela razvijati v drugi polovici 20. stoletja, ko je ekonomist Maurice Allais s pomočjo poskusa odkril paradoks, ki je pokazal, da ljudje odločitev ne sprejemamo vedno v skladu s teorijo pričakovane koristnosti (to je najbolj razširjena različica teorije racionalne izbire), ki pravi, da racionalni igralec v primeru negotovosti vedno izbere potezo (v Allaisovem primeru loterijo), ki mu prinese največjo pričakovano koristnost [25].

Allaisov paradoks

Udeleženci Allaisovega poskusa so morali sprejeti dve hipotetični odločitvi [25]. Najprej so morali izbrati eno izmed naslednjih dveh loterij:

- loterija A prinese 100 milijonov francoskih frankov z verjetnostjo 1 (pričakovana vrednost 100 milijonov francoskih frankov),
- loterija B prinese 500 milijonov francoskih frankov z verjetnostjo 0.1, 100 milijonov francoskih frankov z verjetnostjo 0.89 in 0 francoskih frankov z verjetnostjo 0.01 (pričakovana vrednost 139 milijonov francoskih frankov).

Nato so morali izbrati eno izmed naslednjih dveh loterij:

- loterija C prinese 100 milijonov francoskih frankov z verjetnostjo 0.11 in 0 francoskih frankov z verjetnostjo 0.89 (pričakovana vrednost 11 milijonov francoskih frankov),
- loterija D prinese 500 milijonov francoskih frankov z verjetnostjo 0.1, in 0 francoskih frankov z verjetnostjo 0.9 (pričakovana vrednost 50 milijonov francoskih frankov).

Če bi ljudje odločitve sprejemali v skladu s teorijo pričakovane koristnosti, potem bi tisti, ki so v poskusu izbrali loterijo A, morali izbrati tudi loterijo C (oziroma tisti, ki so izbrali loterijo B, bi morali izbrati tudi loterijo D). Dokaz je preprost. Če je nekdo izbral loterijo A, potem je verjetno maksimiziral pričakovano koristnost, ne pa pričakovane vrednosti, zato je zanj moralo veljati:

$$1 \cdot U(100\text{mil}) > 0.1 \cdot U(500\text{mil}) + 0.89 \cdot U(100\text{mil}) + 0.01 \cdot U(0\text{mil}).$$

Če neenačbo nekoliko preuredimo in na obeh straneh odštejemo $0.89 \cdot U(100\text{mil})$ in prištejemo $0.89 \cdot U(0\text{mil})$, dobimo:

$$0.11 \cdot U(100\text{mil}) + 0.89 \cdot U(0\text{mil}) > 0.1 \cdot U(500\text{mil}) + 0.9 \cdot U(0\text{mil}).$$

Ampak zadnja neenakost implicira, da bi tisti, ki so izbrali loterijo A, morali izbrati tudi loterijo C.

Poskusi, ki jih je izvedel Allais in kasneje tudi drugi, pa so pokazali, da so ljudje, ki so izbrali A, večinoma izbrali D, kar ni v skladu s teorijo pričakovane koristnosti [25,26]. Preference teh ljudi namreč kršijo *aksiom neodvisnosti*, ki smo ga navedli v podpoglavju 2.3.

Pri prvi odločitvi so udeleženci poskusa očitno raje izbrali manj tvegano loterijo, pri drugi odločitvi pa loterijo, ki ima višjo pričakovano izplačilo.

Poskus je poudaril dve stvari. Prvič, da smo se ljudje v določenih primerih v zameno za popolno odstranitev tveganja pripravljeni odreči loterijam, ki imajo višjo pričakovano izplačilo. V realnem okolju je klasičen primer, ki prikazuje, da smo ljudje včasih nenaklonjeni tveganju, nakup zavarovanj. Običajno raje kupimo zavarovanje in plačamo fiksno premijo, kot pa da tvegamo in imamo v primeru nesreče bistveno višje stroške. Drugič, da v primeru, ko imata dve loteriji podobne verjetnosti a drugačna izplačila, ljudje majhne razlike ignoriramo in se odločamo na podlagi pričakovanih izplačil [27, 28].

Nadaljnji razvoj vedenjske teorije iger

Leta 1956 je ekonomist Vernon Smith v laboratoriju začel izvajati svoje prve poskuse z ekonomsko vsebino [32]. Do konca sedemdesetih let 20. stoletja so se Vernon Smith in nekateri drugi ekonomisti že zavedali pomembnosti poskusov in so jih vse pogosteje uporabljali pri svojih raziskavah, ki so pred tem temeljile večinoma na ekonomski teoriji. S pomočjo poskusov so ugotovili, da je potrebno standardne predpostavke o ljudeh nadgraditi, saj so rezultati poskusov odstopali od tega, kar sta predvidevali klasična teorija iger in standardna ekonomska teorija.

V tem obdobju sta bila na področju vedenjske teorije odločanja pomembna Amos Tversky in Daniel Kahneman. Zavedala sta se pomanjkljivosti klasične teorije in sta jo skušala izboljšati s pomočjo teorije prospektov, ki jo bomo spoznali v podpoglavju 2.5.2. Kasneje so se razvile še nekatere druge teorije (npr. teorija obžalovanja [33]) in modeli (npr. model hiperboličnega diskontiranja [34], model pogojnega altruizma [29]).

V osemdesetih in devetdesetih letih 20. stoletja je vedenjska teorija iger doživela največji razcvet. V tem obdobju so ekonomisti izvajali številne poskuse, v katerih so udeleženci igrali igro ultimata (Güth in drugi [35]), igro zaupanja (Berg in drugi [36]) in druge klasične igre pogajanj (Roth in Kagel [37]). Pri tem so opazili, da ljudje pogosto teh iger ne igramo v skladu s klasično teorijo iger in da ljudje nismo vedno sebični. Leta 1998 je Levine predstavil svoj *model pogojnega altruizma* [29], leto kasneje pa sta Fehr in Schmidt predstavila svoj *model zavračanja neenakosti* [30], ki je bil sicer v različnih oblikah v literaturi predstavljen že nekaj desetletij pred tem [31].

Kasneje se je vedenjska teorija iger razširila tudi na druga področja, saj poskusi niso bili zanimivi samo za ekonomiste ampak tudi za psihologe, sociologe, antropologe in druge, ki so preučevali vedenje in razmišljanje ljudi v strateških situacijah.

2.5.2 Teorija prospektov

V zadnjih desetletjih so se izvedle številne različice Allaisovega poskusa, v katerih je bila naloga udeležencev, da izberejo eno izmed podanih loterij. Različni poskusi in primeri iz resničnega sveta (sklenitev zavarovanj, igranje iger na srečo) so pokazali, da ljudje v primeru, ko je prisotno tveganje in negotovost, ne delujemo vedno v skladu s teorijo pričakovane koristnosti, zato je bilo za boljše napovedi vedenja in razmišljanja ljudi potrebno obstoječo teorijo nadgraditi. Nastalo je več alternativnih modelov oziroma teorij, ki opisujejo kako naj bi se ljudje odločali v situacijah, ko je prisotno tveganje in negotovost. Izmed teh modelov oziroma teorij se je najbolj uveljavila teorija, ki se imenuje *teorija prospektov*. Teorijo prospektov sta leta 1979 razvila psihologa Tversky in Kahneman, za katero je slednji leta 2002 tudi prejel Nobelovo nagrado iz ekonomije

(Tversky je preminil leta 1996) [38]. Omenjena psihologa sta v svojih raziskavah tudi ugotovila, da smo ljudje pri sprejemanju svojih odločitev pripravljeni tvegati manj, če se odločamo med morebitnimi dobički, kot pa v primeru, kadar se odločamo med morebitnimi izgubami [38, 39].

Pri teoriji prospektov ni toliko pomembno absolutno oziroma končno stanje (npr. premoženja), ampak dobički in izgube, ki so določeni glede na izbrano referenčno točko (npr. trenutno stanje premoženja, zadovoljstvo). Zgolj na podlagi informacije, da ima oseba danes na računu 1000 evrov (absolutno oziroma končno stanje), namreč ne moremo sklepati ali je oseba zadovoljna ali ne. To je odvisno od stanja premoženja, ki ga je imela včeraj. Če je imela oseba včeraj na računu 10 evrov (referenčna točka), lahko sklepamo, da je danes zadovoljna, če pa je imela oseba včeraj na računu 2000 evrov (referenčna točka), pa sklepamo, da danes ni zadovoljna. Pomembni so torej odkloni od referenčne točke.

Teorija prospektov pravi, da ljudje ne vrednotimo enako dobičkov in izgub. Po teoriji prospektov manj cenimo dobičke kot se bojimo enakovrednih izgub (zavračamo izgube). Blizu referenčne točke so izgube bolj boleče kot dobički, zato je mejna koristnost izgub večja od mejne koristnosti dobičkov. Običajno mejna koristnost dobičkov pada, kadar dobički naraščajo. Tudi mejna koristnost izgub običajno pada, kadar izgube naraščajo. Temu pravimo *padajoča občutljivost* [38, 39].

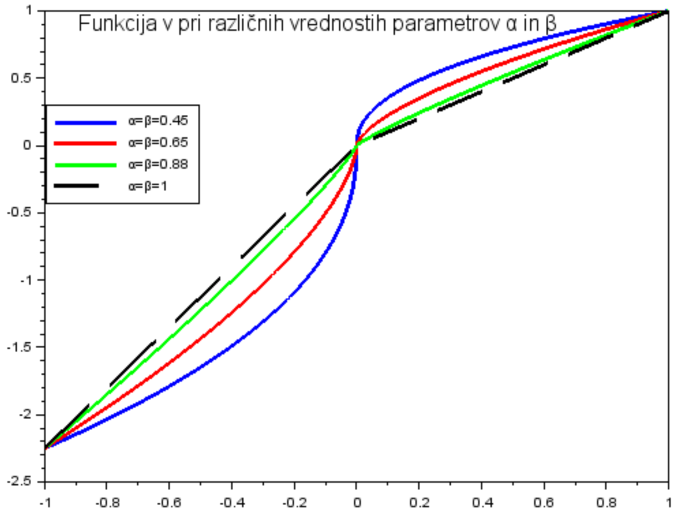
V matematični obliki lahko zgornja dejstva opišemo s pomočjo funkcije v, ki v tem modelu nastopa namesto običajne funkcije koristnosti. Funkcija v, ki je prikazana na Sliki 1, je definirana kot:

$$v(x) := \begin{cases} x^\alpha & , \text{če } x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & , \text{če } x < 0, \end{cases}$$

pri čemer je x premoženje, 0 pa *referenčna točka*.

Ker model predpostavlja, da ljudje običajno zavračamo izgube, je $\lambda > 1$. λ je število, ki pove, koliko bolj nas prizadenejo izgube kot pa nas razveselijo enakovredni dobički. Ker poleg te predpostavke model upošteva še to, da smo običajno nenaklonjeni tveganju v primeru dobičkov in naklonjeni tveganju v primeru izgub, sta $\alpha, \beta \in (0, 1)$. Ker sta $\alpha, \beta \in (0, 1)$, je funkcija v konkavna za $x \geq 0$ (dobički) in konveksna ter bolj strma za $x < 0$ (izgube). Tversky in Kahneman sta na podlagi poskusov podala naslednje ocene za parametre [39, 40]:

- vrednosti parametrov α in β sta 0.88,
- vrednost parametra λ je 2.25.



Slika 1: Funkcija v pri različnih vrednostih parametra α in β

Teorija prospektov tudi pravi, da ljudje ne razumemo pravilno slučajnih dogodkov in napačno ocenjujemo verjetnosti, saj precenjujemo majhne verjetnosti in podcenjujemo velike verjetnosti. Naše dojemanje verjetnosti lahko opišemo s pomočjo naraščajoče zvezne funkcije w, ki je prikazana na Sliki 2. Funkcija w je podana z naslednjo enačbo:

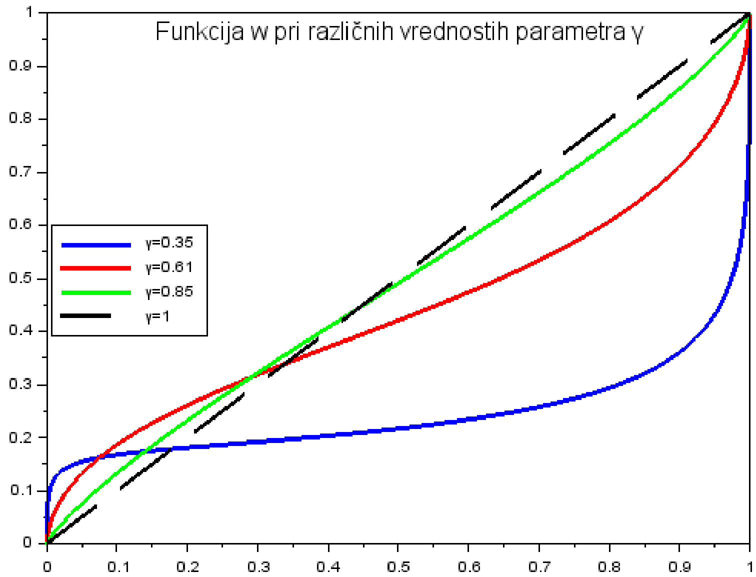
$$w(p) := \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}},$$

pri čemer je $p \in [0, 1]$ objektivna verjetnost nekega dogodka oziroma izida.

Za razliko od teorije pričakovane koristnosti, ki predpostavlja, da je $\gamma = 1$ in posledično $w(p) = p$, teorija prospektov predpostavlja, da je $\gamma \in (0, 1)$. Parameter γ vpliva na ukrivljenost funkcije w. Opazimo lahko, da večja kot je vrednost γ, bolj funkcija w spominja na linearno funkcijo s predpisom $w(p) = p$. To v resnici pomeni, da večja kot je vrednost parametra γ, manjše je neskladje med našim subjektivnim dojemanjem verjetosti in objektivno verjetnostjo p. Ker je $\gamma \in (0, 1)$, ima funkcija w obliko inverznega S. V tem modelu se loterijo $L = [x_i : p_i]_{i=1}^n$, katero smo definirali v podpoglavju 2.3, vrednoti s pomočjo naslednje enačbe [38–40]:

$$V^{TP}(L) = \sum_{i=1}^{n} w(p_i)v(x_i).$$

Teorijo prospektov se pogosto uporablja zato, ker je relativno preprosta za razumevanje, poleg tega pa ima visoko pojasnjevalno moč. Z njo namreč lahko pojasnimo, zakaj ljudje hkrati kupujemo zavarovanja in igramo igre na srečo - razlog je naše precenjevanje majhnih verjetnosti [38].



Slika 2: Funkcija w pri različnih vrednostih parametra γ

Poglejmo si konkreten primer.

Primer 2.2. Andraž se odloča o sklenitvi zavarovanja, ki stane 60 evrov. Privzemimo, da je velja naslednje:

- verjetnost, da pride do škodnega dogodka, ki bi Andražu povzročil stroške v višini 1000 evrov, je 0.05,
- verjetnost, da ne pride do škodnega dogodka, je 0.95,
- Andraževa referenčna točka je 0 evrov.

Če bi se Andraž odločil na podlagi pričakovanih vrednosti, zagotovo ne bi sklenil zavarovanja, ker bi bilo njegovo pričakovano plačilo v primeru, če ne bi sklenil zavarovanja, 50 evrov, kar bi bilo manj kot znaša cena zavarovanja.

Po krajšem premisleku se je Andraž odločil, da vendarle sklene zavarovanje, kar ni v skladu s klasično ekonomsko teorijo. Andraževo odločitev lahko razložimo s teorijo prospektov. Vzemimo funkciji v in w, ki smo ju prej definirali. Naj bodo vrednosti parametrov naslednje: $\alpha = \beta = 0.88$, $\lambda = 2.25$, $\gamma = \frac{2}{3}$. Potem je:

- $V^{TP}([\text{-}60{:}\ 1]) = w(1) \cdot v(\text{-}60) = \text{-}82.59$,
- $V^{TP}([0{:}\ 0.95\ |\text{-}1000{:}\ 0.05]) = w(0.05) * v(\text{-}1000) = 0.1173 * (\text{-}982.16) = \text{-}115.21$.

Ker je V^{TP}([-60: 1])) > V^{TP}([0: 0.95 |-1000: 0.05]) lahko rečemo, da je bila Andraževa odločitev skladna s teorijo prospektov. △

Poudariti velja, da je teorija prospektov le model, ki opisuje, kako naj bi ljudje razmišljali in se odločali v situacijah, ko je prisotno tveganje in negotovost. Ko ljudje v vsakdanjem življenju sprejemamo odločitve, v resnici ne računamo matematičnih enačb. Pri sprejemanju odločitev in hitrejšemu reševanju problemov si pomagamo s preteklimi izkušnjami in mentalnimi bližnjicami (uporabljamo npr. pravilo palca, zdravo pamet, intuitivno presojo), ki zmanjšujejo kognitivno breme [41].

Ker je imela originalna verzija teorije prospektov nekaj pomanjkljivosti, o katerih si lahko bralec več prebere v [40], sta Tversky in Kahneman leta 1992 nadgradila obstoječi model in ga poimenovala *kumulativna teorija prospektov* [40]. Model nam omogoča, da vrednotimo vse loterije, ki imajo končno število izidov. Ta model razporedi izide glede na njihove vrednosti v naraščajočem vrstnem redu in jih glede na izbrano referenčno točko razdeli na dobičke in izgube [39]. Za razliko od originalne verzije, ta model pri vrednotenju loterij dopušča uporabo drugačnih uteži za dobičke in izgube. Igralec loterijo $L = [x_i : p_i]_{i=-m}^{n}$ ovrednoti s pomočjo naslednje enačbe [40]:

$$V^{KTP}(L) = \sum_{i=-m}^{n} \pi_i v(x_i).$$

Pri tem je:

$$w^+(p) := \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}}, \;\; w^-(p) := \frac{p^\delta}{(p^\delta + (1-p)^\delta)^{\frac{1}{\delta}}}$$

$$\pi_i := \begin{cases} \pi_i^+ & \text{, če } i \geq 0 \\ \pi_i^- & \text{, če } i < 0, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \pi_n^+ &= w^+(p_n), \;\; \pi_{-m}^- = w^-(p_{-m}), \\ \pi_i^+ &= w^+(\sum_{j=i}^{n} p_j) - w^+(\sum_{j=i+1}^{n} p_j), \;\; 0 \leq i \leq n-1, \\ \pi_i^- &= w^-(\sum_{j=-m}^{i} p_j) - w^-(\sum_{j=-m}^{i-1} p_j), \;\; 1-m \leq i \leq 0. \end{aligned}$$

Za razliko od teorije prospektov, pri kateri so za funkcijo w pomembne verjetnosti p_i, so pri kumulativni teoriji prospektov za funkcijo π_i pomembne kumulativne in dekumulativne verjetnosti:

- za $1 - m \leq i \leq 0$ $(x_i < 0)$:
  - $(\sum_{j=-m}^{i} p_j)$ - verjetnost, da je izguba večja ali kvečjemu enaka kot -x_i,
  - $(\sum_{j=-m}^{i-1} p_j)$ - verjetnost, da je izguba večja kot -x_i,
- za $0 \leq i \leq n - 1$ $(x_i \geq 0)$:
  - $(\sum_{j=i}^{n} p_j)$ - verjetnost, da je dobiček večji ali kvečjemu enak kot x_i,
  - $(\sum_{j=i+1}^{n} p_j)$ - verjetnost, da je dobiček večji kot x_i.

Pri kumulativni teoriji prospektov imata funkciji w^+ in w^- enake lastnosti in pomen kot jih ima funkcija w pri teoriji prospektov.

Tversky in Kahneman sta na podlagi poskusov ocenila, da je $\gamma = 0.61$ in $\delta = 0.69$ [40].

2.5.3 Nadgradnja standardnih predpostavk o ljudeh

Colin Camerer je v svoji knjigi z naslovom *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction* zbral opise in rezultate številnih poskusov, ki so jih v preteklosti izvedli različni raziskovalci [2]. Veliko raziskav in poskusov je Camerer opravil tudi sam oziroma s svojo ekipo. Ko je Camerer preučeval poskuse je ugotovil, da igramo ljudje nekatere igre drugače, kot predvideva klasična teorija iger. Za boljše razumevanje in napovedovanje obnašanja ter razmišljanja ljudi v strateških situacijah je bilo potrebno obstoječe predpostavke o ljudeh nadgraditi. Nastali so različni modeli, ki upoštevajo človekov altruizem, pravičnost, recipročnost, radodarnost, zavist, obžalovanje in razočaranje. Razvil se je npr. tudi model, ki upošteva, da se ljudje razlikujemo glede na to koliko korakov naprej v razmišljanju smo sposobni narediti (model kognitivnih hierarhij). Dva izmed teh modelov si bomo pogledali v nadaljevanju.

Želja po enakosti

Ernst Fehr in Klaus M. Schmidt sta skušala pojasniti situacije, ki se jih ni dalo pojasniti s predpostavko o racionalnem človeku, ki ga zanima le njegov lastni dobiček. Leta 1999 sta skupaj predstavila model, v katerem igralci zavračajo neenakosti [30]. V tem modelu so igralci pripravljeni žrtvovati del svojega zaslužka, da bi zmanjšali neenakosti (primer iz vsakdanjega življenja je npr. zbiranje prostovoljnih prispevkov za pomoč ljudem v finančni in materialni stiski). Takim igralcem niso všeč nepravični izidi. To so izidi, v katerih igralci nimajo enakih zaslužkov. V modelu za n igralcev so preference igralca i določene s funkcijo koristnosti U_i. Pri dani n-terici zaslužkov $(x_1, \ldots, x_n)$ je koristnost igralca i:

$$U_i(x_1, \ldots, x_n) = x_i - \frac{\alpha_i}{n-1} \sum_{j \neq i} \max\{x_j - x_i, 0\} - \frac{\beta_i}{n-1} \sum_{j \neq i} \max\{x_i - x_j, 0\}.$$

V modelu ima igralec i, $i \in \{1, \ldots, n\}$, dva parametra, α_i in β_i, ki povesta, kako zavisten oziroma radodaren je igralec i. Parameter radodarnosti $\beta_i \in [0, 1)$ opisuje nelagodje, ki ga igralec i občuti, če je njegov zaslužek večji od zaslužka njegovega nasprotnika. Večja kot je vrednost parametra radodarnosti, večje je nelagodje zaradi neenakosti. Večje nelagodje povzroči, da se je igralec pripravljen odreči večjemu deležu svojega zaslužka, zato da zmanjša svoje nelagodje in hkrati pomaga revnejšemu nasprotniku (temu pravimo radodarnost). Ker model predpostavlja, da je v realnem okolju delež ljudi, ki stremijo k čim večjim razlikam, zanemarljiv, velja, da je $\beta_i \geq 0$ za vsak $i \in \{1, \ldots, n\}$. Poleg tega model upošteva, da vsak igralec bolj gleda nase kot na druge, zaradi česar je $\beta_i < 1$ za vsak $i \in \{1, \ldots, n\}$. Parameter zavisti $\alpha_i \geq \beta_i$ opisuje nezadovoljstvo, ki ga igralec i občuti, če je njegov zaslužek manjši od zaslužka njegovega nasprotnika. Predpostavka $\alpha_i \geq \beta_i$ pove, da je igralec bolj nezadovoljen v primeru, ko ima manjši zaslužek od nasprotnikov, kot pa v primeru, ko ima večji zaslužek od nasprotnikov. Ta predpostavka v resnici pove, da igralci zavračajo izgube: negativni odkloni od referenčnega izida so bolj boleči kot pozitivni odkloni. Večja kot je vrednost parametra zavisti, bolj zavisten je igralec in večjemu deležu svojega zaslužka se je pripravljen odreči, zato da s tem škodi bogatejšemu nasprotniku.

Fehr in Schmidt sta na podlagi poskusov ocenila, da lahko zavist (parameter α_i) in radodarnost (parameter β_i) med ljudmi opišemo z naslednjima porazdelitvenima zakonoma [30]:

$$\alpha_i \sim \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1 & 4 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$\beta_i \sim \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0.6 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

Model kognitivnih hierarhij

Sedaj bomo predstavili še en alternativni model vedenjske teorije iger, ki se imenuje *model kognitivnih hierarhij* [42]. Model, ki so ga leta 2004 predstavili Camerer, Ho in Chong, predpostavlja, da se ljudje med seboj razlikujemo glede na to, koliko korakov naprej v razmišljanju smo sposobni narediti. Model kognitivnih hierarhij predpostavlja, da vsak človek pripada enemu od *k tipov*, $k \in \{0, 1, \ldots\}$, in da so tipi po človeški populaciji porazdeljeni po Poissonu s parametrom τ. Delež ljudi *tipa k* je:

$$f(k) = e^{-\tau}\frac{\tau^k}{k!}.$$

Človek *tipa 0* o ostalih ljudeh ne predpostavlja ničesar in izbere svojo potezo naključno, človek *tipa k* ($k \geq 1$) pa predpostavlja, da so ostali ljudje kvečjemu *tipa k-1* in da je delež ljudi *tipa n*:

$$g_k(n) = \frac{f(n)}{\sum\limits_{l=0}^{k-1} f(l)}, \text{za } n \in \{0, \ldots, k-1\} \ \ (g_k(n) = 0 \text{ za } n \geq k).$$

Človek *tipa k* ($k \geq 1$) na podlagi svojih prepričanj poišče svoje najboljše odgovore [2, 42].

V modelu kognitivnih hierarhij nam parameter τ pove nekaj o tem, kako razmišljamo ljudje. Njegova vrednost narašča s stopnjo izobrazbe ljudi (bolj izobraženi ljudje naj bi v teoriji bolj razmišljali) in z vrednostjo nagrade, ki je predpisana za zmagovalca igre (večja nagrada ljudi spodbudi k razmišljanju). Colin Camerer je s pomočjo poskusov ocenil, da je vrednost parametra τ približno 1.5 [2, 42].

Model torej predpostavlja, da večina ljudi naredi nekaj korakov v razmišljanju, vendar našo sposobnost strateškega razmišljanja ovira omejena kapaciteta delovnega spomina.

2.5.4 Odločanje v igrah

Poskusi, ki se izvajajo v okviru vedenjske teorije iger, so običajno sestavljeni iz različnih vrst iger. Za preučevanje so zelo zanimive igre koordinacije. Pri igranju iger koordinacije se ljudem velikokrat uspe koordinirati na izid, ki je za vse igralce optimalen. Običajno skušamo s pomočjo vedenjske teorije iger razložiti zakaj do tega pride.

Pri igranju strateških iger ljudje pogosto na podlagi izkušenj oblikujejo prepričanja o odločanju ostalih igralcev in v skladu s temi prepričanji izberejo svojo potezo. Izkušnje lahko igralci pridobijo tako, da igro večkrat odigrajo z različnimi, naključno izbranimi nasprotniki. Igralci, ki nimajo izkušenj, si pogosto pomagajo s skupinskim razmišljanjem, izbiro žariščnih točk (angl. *focal points*) ali projekcijo svojih preferenc na druge. Več o tem si lahko bralec prebere v [43, 44].

3 Raziskava

V poglavju 3 bomo najprej predstavili raziskovalno vprašanje, nato pa podrobneje opisali vseh osem iger, ki smo jih vključili v raziskavo. V tem poglavju si bomo tudi pogledali napovedi klasične in vedenjske teorije iger o tem, kako naj bi se vsaka izmed osmih iger odigrala.

3.1 Raziskovalno vprašanje

Ob prebiranju Camererjeve knjige z naslovom *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction* smo ugotovili, da ljudje v preteklih poskusih določenih iger niso odigrali v skladu s klasično teorijo iger, ampak v skladu z vedenjsko teorijo iger [2]. Zanimalo nas je, če bi do podobnih opažanj prišli, če bi poskus opravili s študenti slovenskih fakultet. To je bilo glavno vprašanje, na katerega smo želeli v raziskavi odgovoriti. V sklopu magistrkega dela smo tudi skušali potrditi hipotezo, ki pravi, da vedenjska teorija iger boljše napoveduje obnašanje študentov kot pa klasična teorija iger.

3.2 Opis iger, ki se uporabijo v raziskavi, ter napovedi klasične in vedenjske teorije iger

Poskus, ki smo ga izvedli v sklopu magistrskega dela, je bil sestavljen iz osmih strateških iger, s katerimi ekonomisti modelirajo različne ekonomske situacije (igra ultimata npr. opisuje preprost model pogajanja). Med igrami so bile štiri igre za dva igralca, dve igri za tri igralce, v dveh igrah pa so bile odločitve igralcev odvisne samo od njih samih. Vse igre bomo v nadaljevanju opisali.

3.2.1 Igra solidarnosti

Igra solidarnosti je igra za tri igralce. Za vsakega igralca vodja poskusa posebej pred njim vrže kocko. Če se na vrhu kocke pokaže število 1 ali 2, ta igralec prejme 4 točke. Takega igralca bomo imenovali *reven* igralec. Če se na vrhu kocke pokaže število 3, 4, 5 ali 6, ta igralec prejme 60 točk. Takega igralca bomo imenovali *bogat* igralec.

Vsak bogat igralec lahko nekaj svojih točk podari revnemu igralcu (če je kakšen tak igralec). Preden vodja poskusa pred vsakim igralcem vrže kocko, mora vsak izmed igralcev določiti dve vrednosti, x_1 in x_2. x_1 je število točk, ki bi jih bil igralec pripravljen podariti edinemu revnemu igralcu, če bi, tako kot tudi en izmed njegovih soigralcev, postal bogat. x_2 je število točk, ki bi jih bil igralec pripravljen podariti vsakemu od dveh revnih igralcev, če bi samo on postal bogat.

V Tabeli 6 so zapisani vsi možni začetki igre, vse možne odločitve in rezultati igre:

Tabela 6: Igra solidarnosti

Začetek igre	**Možne odločitve**	**Rezultat igre**
3 bogati igralci	Vsi igralci so bogati, zato nobeden ne podari ničesar.	Vsi igralci prejmejo 60 točk.
2 bogata igralca, 1 reven igralec	Prvi bogat igralec podari edinemu revnemu igralcu x_1 točk. Drugi bogat igralec podari edinemu revnemu igralcu y_1 točk. $x_1, y_1 \in \{0, \ldots, 60\}$	Prvi bogat igralec prejme $60 - x_1$ točk. Drugi bogat igralec prejme $60 - y_1$ točk. Reven igralec prejme $4 + x_1 + y_1$ točk.
1 bogat igralec, 2 revna igralca	Bogat igralec podari x_2 točk vsakemu od dveh revnih igralcev. $x_2 \in \{0, 30\}$	Bogat igralec prejme $60 - 2x_2$ točk. Revna igralca prejmeta vsak $4 + x_2$ točk.
3 revni igralci	Vsi igralci so revni, zato nobeden ne podari ničesar.	Vsi igralci prejmejo 4 točke.

Z igro solidarnosti skušamo ugotoviti, v kolikšni meri so ljudje pripravljeni pomagati ljudem, ki jih je npr. prizadela redka bolezen, huda poškodba ali naravna katastrofa [45].

Napoved klasične teorije iger

Klasična teorija iger predpostavlja, da je vsak izmed igralcev sebičen in maksimizira svoj dobiček. V tej igri je za vsakega bogatega igralca optimalno, da vse točke zadrži zase, saj v tem primeru prejme maksimalno število točk. Klasična teorija iger torej napove, da bodo vsi bogati igralci vse točke zadržali zase.

Napoved vedenjske teorije iger

Napoved vedenjske teorije iger bomo naredili na podlagi modela zavračanja neenakosti, v katerem je $\alpha \in \{0, 0.5, 1, 4\}$ in $\beta \in \{0, 0.25, 0.6\}$. V primeru, ko imamo enega bogatega igralca in dva revna igralca, dobi bogat igralec $60 - x_2$ točk, revna pa $4 + x_2$ točk. Model zavračanja neenakosti napove, da bogat igralec, ki ima parameter radodarnosti $\beta \in \{0, 0.25, 0.6\}$, revnima igralcema ne bo podelil nobene točke. Poglejmo zakaj.

Bogat igralec ima naslednjo koristnost:

$$U_B(60-2x_2, 4+x_2, 4+x_2) = 60-2x_2-\frac{\beta}{2}\cdot(2\max\{56-3x_2, 0\})-\frac{\alpha}{2}\cdot(2\max\{3x_2-56, 0\}) =$$

$$= 60 - 2x_2 - \beta \cdot \max\{56 - 3x_2, 0\}) - \alpha \cdot \max\{3x_2 - 56, 0\}.$$

Ker predpostavljamo, da je $\beta < \frac{2}{3}$, je maksimalna koristnost bogatega igralca dosežena pri $x_2 = 0$.

Bogat igralec bi revnima igralcema podaril $0 \leq x_2 \leq 18$ točk, če bi bil njegov parameter radodarnosti $\beta \geq \frac{2}{3}$, vendar je $P(\beta \geq \frac{2}{3}) = 0$.

Tudi v primeru, ko imamo dva bogata igralca in enega revnega, model zavračanja neenakosti napove, da bosta bogata igralca vse točke zadržala zase. Samo, če bi bil parameter radodarnosti $\beta \geq \frac{2}{3}$, bi bogata igralca podarila $0 \leq x_1, y_1 \leq 18$ točk, vendar je $P(\beta \geq \frac{2}{3}) = 0$ (podroben opis je v Prilogi B.0.1).

Napoved na podlagi preteklega poskusa

V preteklosti sta Reinhard Selten in Axel Ockenfels izvedla poskus z igro solidarnosti ter ugotovila naslednje [45]:

- v primeru, ko sta igro igrala dva bogata igralca in en reven, sta bogata igralca revnemu v povprečju podarila 24.6% svojih točk,
- v primeru, ko je igro igral en bogat igralec in dva revna, je bogat igralec vsakemu revnemu igralcu v povprečju podaril 15.6% svojih točk.

Selten in Ockenfels sta analizirala poskus in ugotovila, da lahko ljudi razporedimo v 5 kategorij. Prva kategorija ljudi so sebičneži, za katere velja, da je $x_1 = x_2 = 0$. Druga kategorija ljudi so tisti, ki se odrečejo fiksnemu znesku in ga enakomerno razdelijo med revne igralce. Zanje velja, da je $x_1 = 2x_2 > 0$. Tretja kategorija ljudi so tisti, ki vsakemu revnemu igralcu podarijo fiksni znesek. Zanje velja, da je $x_1 = x_2 > 0$.

Četrta kategorija ljudi so tisti, za katere velja $2x_2 > x_1 > x_2 > 0$. Preostali ljudje se uvrščajo v kategorijo "ostali".

Na podlagi poskusa, ki sta ga izvedla Selten in Ockenfels, lahko napovemo kako se bo naša igra solidarnosti odigrala:

- če bo igra vključevala dva bogata igralca in enega revnega, bosta bogata igralca revnemu v povprečju podarila 14.76 svojih točk,
- če bo igra vključevala enega bogatega igralca in dva revna, bo bogat igralec vsakemu revnemu igralcu v povprečju podaril 9.36 svojih točk,
- pričakujemo lahko, da bomo v igri imeli 21% ljudi iz prve kategorije, 36% ljudi iz druge kategorije, 16% ljudi iz tretje kategorije, 11% ljudi iz četrte kategorije in 16% ljudi iz pete kategorije.

3.2.2 Igra sodelovanja

Igra sodelovanja je igra za tri igralce. V tej igri ima vsak izmed igralcev na voljo 9 žetonov, ki jih mora vložiti bodisi v skupni projekt bodisi v osebni projekt. Če igralec i vloži v skupni projekt $x_i \in \{0, 1, \ldots, 9\}$ žetonov, potem mora v osebni projekt vložiti $9 - x_i$ žetonov.

Vsak žeton, ki ga katerikoli igralec vloži v skupni projekt, vsakemu igralcu prinese 2 točki. Vsak žeton, ki ga katerikoli igralec vloži v osebni projekt, samo temu igralcu prinese 4 točke. To pomeni, da igralec i dobi π_i točk, kjer je

$$\pi_i = 4(9 - x_i) + 2x_1 + 2x_2 + 2x_3.$$

V tej igri največji *skupni* zaslužek znaša 162 točk. Do njega igralci pridejo tako, da vse žetone vložijo v skupni projekt ($x_1 = x_2 = x_3 = 9$).

Z igro sodelovanja modeliramo različne situacije iz vsakdanjega življenja (izgradnja cest, čistilnih naprav, svetilnikov, varstvo okolja, skupinsko delo, koriščenje tuje *wi-fi* povezave), v katerih se pogosto pojavlja problem "prostega jezdeca" (angl. *the free rider problem*). S tem izrazom označujemo posameznike, ki javne dobrine koristijo in s tem maksimizirajo svoje zadovoljstvo, hkrati pa za koriščenje le-teh nič ne plačajo (porazdelijo stroške na ostale ljudi). V zadnjih desetletjih predvsem ekonomisti in sociologi skušajo z različnimi variacijami klasične igre sodelovanja bolje razumeti vedenje ljudi in na podlagi tega uvesti zakone oziroma ukrepe ter tako zmanjšati število prostih jezdecev v družbi.

Napoved klasične teorije iger

Klasična teorija iger predpostavlja, da so vsi igralci racionalni in da stremijo k čim večjemu lastnemu zaslužku. Pove nam tudi, da ima igra sodelovanja eno čisto Nashevo ravnovesje, v katerem bo vsak izmed igralcev vložil 0 žetonov v skupni projekt in 9 žetonov v osebni projekt. Ne glede na odločitve ostalih igralcev je namreč za vsakega igralca optimalno, da vloži vse žetone v osebni projekt, saj bo tako prejel največ točk. Vsak žeton, ki ga igralec vloži v skupni projekt, mu namreč prinese le 2 točki, vsak žeton, ki ga vloži v osebni projekt, pa kar 4 točke. Če bodo vsi igralci tako razmišljali, bo vsak izmed njih prejel 36 točk.

Napoved vedenjske teorije iger

Napoved bomo naredili na podlagi modela zavračanja neenakosti. Predpostavili bomo, da vsak izmed igralcev verjame, da se njegova nasprotnika enako odločata. Pod tako predpostavko igralec dobi M točk, kjer je $M = 4(9-x) + 2x + 4y$, nasprotnika pa dobita N točk, kjer je $N = 4(9-y) + 2x + 4y$. Model zavračanja neenakosti pove, da ima igralec koristnost (psihološko vrednost):

$$U(M,N,N) = M - \frac{\beta}{2} \cdot (2\max\{M-N,0\}) - \frac{\alpha}{2} \cdot (2\max\{N-M,0\}) =$$
$$= 4(9-x) + 2x + 4y - \beta \cdot \max\{4(y-x),0\} - \alpha \cdot \max\{4(x-y),0\},$$

pri čemer je x število žetonov, ki jih igralec vloži v skupni projekt, y pa število žetonov, ki jih ostala igralca vložita v skupni projekt. Pri tem je $x \in \{0,\ldots,9\}$ in $y \in \{0,\ldots,9\}$. Iz teorije vemo, da je parameter zavisti $\alpha \in \{0, 0.5, 1, 4\}$ in parameter radodarnosti $\beta \in \{0, 0.25, 0.6\}$ [30].

Ker je $U(M,N,N)$ odvisna od x in y, lahko zapišemo:

$$f(x,y) := 4(9-x) + 2x + 4y - \beta \cdot \max\{4(y-x),0\} - \alpha \cdot \max\{4(x-y),0\}.$$

Igralci, ki imajo $\beta = 0$ ali $\beta = 0.25$, bodo ne glede na vrednost α vedno vložili $x = 0$ žetonov v skupni projekt, saj je $f(0,y) > f(x,y)$ za $x \neq 0$ ter $\beta \in \{0, 0.25\}$. Igralci, ki imajo $\beta = 0.6$, pa bodo ne glede na vrednost α vedno vložili $x = y$ žetonov v skupni projekt, saj je $f(y,y) > f(x,y)$ za $x \neq y$ ter $\beta = 0.6$. Igralci s parametrom $\beta = 0.6$ bodo torej najbolj zadovoljni takrat, ko bodo vsi igralci v skupni projekt vložili enako število žetonov. Če bo vsak igralec vložil y žetonov v skupni projekt, bo prejel $f(y,y) = 36 + 2y$ točk. Ker je vrednost $f(y,y)$ največja pri $y = 9$, napovedujemo, da bodo igralci s parametrom $\beta = 0.6$ vse žetone vložili v skupni projekt. Ob predpostavki, da ima 30% igralcev parameter $\beta = 0$, 30% igralcev parameter $\beta = 0.25$ in 40% igralcev parameter $\beta = 0.6$ (to sta na podlagi poskusov ocenila Fehr in Schmidt v [30]), lahko napovemo, da bodo igralci v povprečju v skupni projekt vložili 3.6 žetonov, v osebni pa 5.4 žetone.

Napoved na podlagi preteklih poskusov

Na podlagi preteklih poskusov lahko napovemo, da bodo igralci v igri sodelovanja v skupni projekt v povprečju vložili 37%-47% svojih žetonov [46–48]. Ta napoved pove, da bo povprečno število žetonov, ki jih bodo igralci vložili v skupni projekt, na intervalu [3.33, 4.23].

3.2.3 Igra zaupanja

Igra zaupanja je igra za dva igralca. V tej igri ima igralec, ki ga bomo imenovali *prvi igralec*, na voljo 40 točk. Igralec, ki ga bomo imenovali *drugi igralec*, ima na voljo 0 točk. Prvi igralec lahko vse točke zadrži ali pa jih pošlje drugemu igralcu. Če prvi igralec točke pošlje, se te potrojijo in drugi igralec prejme 120 točk. Drugi igralec lahko vse točke obdrži ali pa jih enakomerno razdeli med oba. Igralca svojo odločitev sprejmeta istočasno.

Če prvi igralec točke zadrži, zasluži 40 točk, drugi pa 0 točk. Če prvi igralec točke pošlje in jih drugi obdrži, prvi igralec zasluži 0 točk, drugi pa 120 točk. Če prvi igralec točke pošlje in jih drugi razdeli, oba igralca prejmeta 60 točk.

Igra je prikazana v Tabeli 7 (števila v Tabeli 7 so točke, ki jih pri danem izidu zasluži posamezen igralec):

Tabela 7: Igra zaupanja

		drugi igralec	
		obdrži	razdeli
prvi igralec	zadrži	40, 0	40, 0
	pošlji	0, 120	60, 60

S pomočjo igre zaupanja ugotavljamo ali smo ljudje zaupljivi in recipročni. To sta dve pomembni predpostavki o ljudeh, ki jih standardna ekonomska teorija ne upošteva. Z igro zaupanja lahko opišemo različne situacije:

- posoja denarja znancu:
  - možnost 1: znanec nam denarja ne bo vrnil,

  - možnost 2: znanec nam bo denar vrnil in nam v zahvalo podaril še 5 evrov nagrade,

- posoja kolesa gospodu, ki se mu je pokvarilo kolo in mora nujno priti na pomemben sestanek:
  - možnost 1: gospod kolesa ne bo vrnil in nam bo pustil pokvarjeno kolo,
  - možnost 2: gospod bo kolo vrnil in nas v zahvalo povabil na kosilo,

- posoja stanovanjskih ključev sosedu, v času dopusta:
  - možnost 1: sosed bo pojedel nekaj naše hrane in brskal po naših osebnih stvareh,
  - možnost 2: sosed bo pojedel nekaj naše hrane, vendar bo tudi počistil stanovanje, nahranil domače živali in zalil rože.

Napoved klasične teorije iger

Klasična teorija iger pove, da je (Z, O) edino čisto Nashevo ravnovesje dane igre, saj velja naslednje:

- če prvi igralec točke *zadrži*, sta za drugega igralca optimalni obe potezi, da točke *obdrži* ali jih *razdeli*,
- če prvi igralec točke *pošlje*, je za drugega igralca optimalno, da točke *obdrži*,
- če drugi igralec točke *obdrži*, je za prvega igralca optimalno, da točke *zadrži*,
- če drugi igralec točke *razdeli*, je za prvega igralca optimalno, da točke *pošlje*.

Na podlagi klasične teorije iger lahko napovemo, da bodo študenti, ki bodo v vlogi drugega igralca, vedno izbrali potezo *obdrži*, študenti, ki bodo v vlogi prvega igralca, pa bodo to predvideli in zato izbrali potezo *zadrži*.

Napoved vedenjske teorije iger

V igri zaupanja bomo napoved naredili na podlagi modela zavračanja neenakosti, v katerem je $\alpha \in \{0, 0.5, 1, 4\}$ in $\beta \in \{0, 0.25, 0.6\}$. Za študente, ki bodo nastopili v vlogi drugega igralca in imajo parameter $\beta = 0$ ali $\beta = 0.25$, model napove, da bodo izbrali potezo *obdrži*. Po ocenah Fehra in Schmidta naj bi bilo 60% takih študentov [30]. Za ostalih 40% študentov model predpostavi, da imajo parameter $\beta = 0.6$. Tej bodo stremeli k enakostim, zato bodo izbrali potezo *razdeli* (podrobnejša analiza je v Prilogi B.0.2). Za študente, ki bodo nastopili v vlogi prvega igralca, model ne da tako jasnih napovedi. Model napove, da bo prvi igralec izbral potezo *zadrži*, če drugemu igralcu ne bo zaupal in potezo *pošlji*, če bo drugemu igralcu zaupal. Na podlagi najnovejših raziskav, ki kažejo, da je približno 50% Slovencev zaupljivih in 50% Slovencev nezaupljivih, lahko napovemo, da bo 50% študentov, ki bodo v vlogi prvega igralca, izbralo potezo *zadrži*, 50% pa potezo *pošlji* [49].

Napoved na podlagi preteklega poskusa

V preteklosti so podoben poskus z igro zaupanja izvedli G. Attanasi, P. Battigalli in R. Nagel [50]. Na podlagi njihove analize lahko napovemo, da se bo:

- 67.5% študentov, ki bodo v vlogi prvega igralca, odločilo za potezo *zadrži*, 32.5% pa za potezo *pošlji*,
- 71.9% študentov, ki bodo v vlogi drugega igralca, odločilo za potezo *obdrži*, 28.1% za potezo *razdeli*.

3.2.4 Igra pogajanja

Igra pogajanja je igra za dva igralca. V tej igri imata igralca, ki ju bomo ponovno imenovali *prvi* in *drugi igralec*, na voljo 100 točk, ki si jih lahko razdelita. Naloga prvega igralca je, da določi število točk X $\in \{0, 1, \ldots, 99, 100\}$, ki jih je pripravljen ponuditi drugemu igralcu. Medtem je naloga drugega igralca, da določi najmanjše število točk Y $\in \{0, 1, \ldots, 100, 101\}$, ki jih je pripravljen sprejeti. Pri tem $Y = 0$ pomeni, da drugi igralec sprejme vsako ponudbo, $Y = 101$ pa pomeni, da drugi zavrne vsako ponudbo.

Igralca svojo odločitev sprejmeta istočasno. Če je $Y > X$, potem je ponudba prvega igralca zavrnjena in oba igralca prejmeta 0 točk. Če je $Y \leq X$, potem je ponudba prvega igralca sprejeta in prvi igralec prejme $100 - X$ točk, drugi pa X točk.

Označimo s *Š1* študente, ki nastopajo v vlogi prvega igralca, s *Š2* pa študente, ki nastopajo v vlogi drugega igralca. Pri testiranju bomo odločitve, ki jih bodo sprejeli *Š1* in *Š2*, razporedili v dve kategoriji:

- prva kategorija ($x < 32$),
- druga kategorija ($x \geq 32$).

Menimo, da se bodo pri taki kategorizaciji jasno videle razlike med napovedjo klasične teorije iger in napovedjo vedenjske teorije iger ter preteklih poskusov.

Igra je prikazana v Tabeli 8, pri čemer so števila v Tabeli 8 točke, ki jih pri danem izidu zasluži posamezen igralec.

Tabela 8: Igra pogajanja

	igralec 2 (*Š2*)							
		0	***1***	***2***	**⋯**	***99***	***100***	***101***
	0	100, 0	0, 0	0, 0	⋯	0, 0	0, 0	0, 0
	1	99, 1	99, 1	0, 0	⋯	0, 0	0, 0	0, 0
igralec 1 (*Š1*)	***2***	98, 2	98, 2	98, 2	⋯	0, 0	0, 0	0, 0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮	⋮	⋮
	99	1, 99	1, 99	1, 99	⋯	1, 99	0 ,0	0 ,0
	100	0, 100	0, 100	0, 100	⋯	0, 100	0, 100	0, 0

V sklopu ekonomskih poskusov je igra pogajanja ena izmed najpogosteje igranih iger [2]. Z igro pogajanja opišemo zadnji korak pogajanj med dvema igralcema, v katerem prvi igralec poda ponudbo, drugi pa jo mora sprejeti ali zavrniti (niso možna nadaljnja pogajanja). Tako ponudbo imenujemo "*take-it-or-leave-it*" ponudba. Primerov iz vsakdanjega življenja je veliko:

- "*take-it-or-leave-it*" ponudba za delovno mesto,
- "*take-it-or-leave-it*" ponudba za sodelovanje pri projektu,
- "*take-it-or-leave-it*" ponudba za prodajo nekega predmeta na tržnici,
- "*take-it-or-leave-it*" ponudba za nakup nogometaša.

Napoved klasične teorije iger

Klasična teorija iger sicer pove, da so (0, 100), (0, 101) ter (X, X), kjer je X $\in \{0, \ldots, 100\}$, čista Nasheva ravnovesja igre pogajanja (vseh je 103), ne da pa jasne napovedi o tem, kako se bo igra pogajanja odigrala (podrobna analiza je v Prilogi B.0.3). Ob upoštevanju predpostavke, da sta oba študenta racionalna, sebična in maksimizirata svoj dobiček, sta najbolj smiselna izida (0, 0) in (1, 1). To je tudi skladno z napovedjo klasične teorije iger, ki bi jo naredili, če bi igralca igrala klasično igro ultimata. V igri pogajanja bi namreč moral biti *Š2* zadovoljen z vsako podarjeno točko in bi zato moral sprejeti vsako ponudbo, racionalni *Š1* pa bi moral to predvideti in vse točke (oziroma vsaj 99 točk) zadržati zase.

Napoved vedenjske teorije iger

Tudi vedenjska teorija iger ne da jasne napovedi o tem, kako se bo igra pogajanja odigrala. Če upoštevamo model zavračanja neenakosti, v katerem privzamemo, da imata oba igralca parametra $\alpha = 0.85$ in $\beta = 0.315$ (to sta pričakovani vrednosti slučajnih spremenljivk α in β, katerih porazdelitvi smo opisali v podpoglavju 2.5.3), potem ima dana igra 1093 čistih Nashevih ravnovesij (podrobna analiza je v Prilogi B.0.3):

- (X, X), kjer je X $\in \{32, \ldots, 68\}$,
- (X, Y), kjer je X $\in \{0, \ldots, 31\}$ in Y $\in \{69, \ldots, 101\}$.

Vsa ravnovesja oblike (X, Y) so nekoliko nesmiselna. To so namreč ravnovesja, v katerih *Š2* zahteva preveč točk, *Š1* pa jih ponudi premalo, zaradi česar v teh ravnovesjih nihče ne dobi točk. Bolj sprejemljiva so ravnovesja (X, X), v katerih *Š1* ponudi minimalno število točk, ki jih je *Š2* še pripravljen sprejeti. Čeprav natančne napovedi ne moremo narediti, na podlagi (X, X) Nashevih ravnovesij napovedujemo, da bo *Š2* sprejel ponudbe, ki so višje ali kvečjemu enake 32 točk, *Š1* pa bo ponudil vsaj 32 točk, saj se bo ustrašil, da ga bo *Š2* kaznoval z zavrnitvijo, če bo preveč nepravično razdelil točke.

Napoved na podlagi preteklih poskusov

V preteklosti so bili opravljeni številni poskusi, v katerih so udeleženci igrali igro pogajanja [2, 51, 52]. Na podlagi preteklih poskusov lahko napovemo, da bodo *Š1* ponudili 35-50 svojih točk. Za *Š2* pa je naša napoved na podlagi preteklih poskusov, da bodo sprejeli ponudbe, ki bodo večje ali kvečjemu enake 32 točk.

3.2.5 Igra strahu

Igra strahu je igra za dva igralca, v kateri imata oba igralca na voljo dve možni potezi: potezo A in potezo B. Oba igralca morata hkrati izbrati eno od možnih potez. Če oba igralca izbereta potezo A, oba zaslužita 0 točk. Če oba igralca izbereta potezo B, oba zaslužita 40 točk. Če igralec 1 izbere potezo A, igralec 2 pa potezo B, igralec 1 zasluži 70 točk, igralec 2 pa 30 točk. Če igralec 1 izbere potezo B, igralec 2 pa potezo A, igralec 1 zasluži 30 točk, igralec 2 pa 70 točk.

Z igro strahu modeliramo realne situacije, v katerih se igralec (to je npr. podjetje, politik, žival) odloča ali bo nastopil agresivno ali pasivno. Igralec, ki nastopi agresivno, se nasprotnemu igralcu ni pripravljen podrediti, zato lahko zanj rečemo, da je pogumen. Igralec, ki nastopi pasivno, se je, v izogib sporu, nasprotnemu igralcu pripravljen podrediti, zato lahko zanj rečemo, da je strahopeten – od tod tudi izhaja ime igra strahu. S to igro ugotavljamo kolikšen delež agresivnih in pasivnih igralcev je v populaciji.

Igra je prikazana v Tabeli 9 (števila v Tabeli 9 so točke, ki jih pri danem izidu zasluži posamezen igralec):

Tabela 9: Igra piščancev

		igralec 2	
		A	B
igralec 1	A	0, 0	70, 30
	B	30, 70	40, 40

Napoved klasične teorije iger

Klasična teorija iger pove, da sta (A, B) in (B, A) dve čisti Nashevi ravnovesji dane igre strahu, saj velja naslednje:

- če igralec izbere potezo A, je za nasprotnika optimalno, da izbere potezo B,
- če igralec izbere potezo B, je za nasprotnika optimalno, da izbere potezo A.

Ker ima igra več kot eno čisto Nashevo ravnovesje, s klasično teorijo iger ne znamo natančno napovedati, kako se bo dana igra odigrala. Lahko npr. predpostavimo, da se bo polovica parov znašla v ravnovesju (A, B), polovica pa v ravnovesju (B, A). Ob upoštevanju te predpostavke je najboljša napoved klasične teorije iger, da bo 50% ljudi izbralo potezo A, 50% ljudi pa potezo B.

Napoved modela ekstremnega strahu pred tveganjem

V igri strahu *maximin* igralec za vsako izmed svojih potez izračuna, kolikšna je najnižja možna vrednost, ki jo lahko dobi, če igra izbrano potezo. Če bo igralec igral A, bo najnižja možna vrednost znašala 0 (v primeru, če bo nasprotnik igral A), ker je $\min\{0,\ 70\} = 0$. Če pa bo igralec igral B, bo najnižja možna vrednost znašala 30 (v primeru, če bo nasprotnik igral A), ker je $\min\{30, 40\} = 30$. Ker je poteza B manj tvegana kot poteza A oziroma ker je $\max\{\min\{0,\ 70\}, \min\{30, 40\}\} = \max\{0, 30\} = 30$, se bo maximin igralec odločil za potezo B.

Model ekstremnega strahu pred tveganjem torej na podlagi maximin analize napove, da bodo vsi igralci izbrali potezo B, saj noben izmed igralcev ne bo želel tvegati in ostati brez točk.

Napoved vedenjske teorije iger

Za to igro bomo naredili napoved na podlagi modela kognitivnih hierarhij in kumulativne teorije prospektov. Predpostavili bomo, da so vsi igralci bodisi *tipa 0* bodisi *tipa 1*. Ker so tipi po človeški populaciji porazdeljeni po Poissonu s parametrom $\tau = 1.5$, s kratkim izračunom ugotovimo, da je 40% igralcev *tipa 0* in 60% igralcev *tipa 1*. Za igralce *tipa 0* vemo, da bodo svoje poteze izbrali naključno. To pomeni, da bodo z verjetnostjo $\frac{1}{2}$ izbrali potezo A in z verjetnostjo $\frac{1}{2}$ potezo B. Igralci *tipa 1* pa bodo predpostavljali, da so vsi ostali igralci *tipa 0* in bodo poiskali svoj najboljši odgovor glede na svoja prepričanja.

Pri tem bodo loteriji A=([0: $\frac{1}{2}$ | 70: $\frac{1}{2}$]) in B=([30: $\frac{1}{2}$ | 40: $\frac{1}{2}$]) vrednotili s funkcijo V^{KTP}, ki smo jo definirali v podpoglavju 2.5.2. Upoštevali bomo, da je $\alpha = \beta = 0.88$, $\gamma = 0.61$, $\delta = 0.69$ in $\lambda = 2.25$. Ker je

$$V^{KTP}(A) = 17.7 < V^{KTP}(B) = 22.4,$$

se bodo igralci *tipa 1* odločili za potezo B.

Ob upoštevanju danih predpostavk lahko napovemo, da se bo za potezo A odločilo 20% igralcev (50% igralcev tipa 0 – teh je 40% – in noben igralec tipa 1 – teh je 60%), za potezo B pa 80% igralcev (50% igralcev tipa 0 – teh je 40% – in vsi igralci tipa 1 – teh je 60%).

Napoved na podlagi preteklega poskusa

Peter de Heus, Niek Hoogervorst in Eric van Dijk so izvedli poskus, ki je vključeval igro strahu [53]. Na podlagi njihovega poskusa lahko napovemo, da bo v našem poskusu 12.5% študentov izbralo potezo A, 87.5% študentov pa potezo B.

3.2.6 Igra daril

Igra daril je igra za dva igralca, ki ju bomo imenovali *prvi* in *drugi igralec*. V tej igri ima prvi igralec na voljo 90 točk, drugi pa 10 točk. Prvi igralec lahko poljubno število svojih točk (T) podari drugemu igralcu, drugi pa lahko prvega zaščiti ali ne zaščiti. Če drugi igralec prvega zaščiti, prvi obdrži vse točke, ki jih ne podari drugemu igralcu. Če drugi igralec prvega ne zaščiti, prvi obdrži le eno tretjino točk, ki jih ne podari drugemu. Drugi igralec za zaščito plača 10 svojih točk.

V igri mora prvi igralec določiti število točk T $\in \{0, 1, \ldots, 90\}$, ki jih želi podariti drugemu igralcu. Medtem mora drugi igralec določiti najmanjše število točk Y $\in \{0, 1, \ldots, 90, 91\}$, ki jih želi dobiti od prvega igralca, da ga zaščiti. Pri tem $Y = 0$

pomeni, da je drugi igralec vedno pripravljen zaščititi prvega, $Y = 91$ pa pomeni, da drugi igralec ni nikoli pripravljen zaščititi prvega.

Igralca svojo odločitev sprejmeta istočasno. Če je $Y > T$, drugi igralec prvega ne zaščiti. V tem primeru prvi igralec prejme $\frac{90-T}{3}$ točk, drugi pa $T + 10$ točk. Če je $Y \leq T$, potem drugi igralec prvega zaščiti. V tem primeru prvi igralec prejme $90 - T$ točk, drugi pa T točk.

Označimo s *Š1* študente, ki nastopajo v vlogi prvega igralca, s *Š2* pa študente, ki nastopajo v vlogi drugega igralca. Pri testiranju bomo odločitve, ki jih bodo sprejeli *Š1* in *Š2*, razporedili v tri kategoriji:

- prva kategorija ($x < 40$),
- druga kategorija ($40 \leq x \leq 55$),
- tretja kategorija ($x > 55$).

Pričakujemo, da se bodo pri taki kategorizaciji lepo videle razlike med napovedjo klasične in vedenjske teorije iger.

Z igro daril opisujemo situacije iz vsakdanjega življenja, v katerih v vlogi prvega igralca nastopajo direktorji podjetij, v vlogi drugega igralca pa delavci. Direktorji podjetij morajo določiti kakšno plačo bodo imeli delavci, delavci pa se morajo odločiti ali bodo v delo vložil veliko truda ali ne. Če bodo delavci v delo vložili veliko truda, bo imelo podjetje velik dobiček, sicer pa majhnega.

Napoved klasične teorije iger

Klasična teorija iger pove, da so (0, Y), kjer je Y $\in \{60, \ldots, 91\}$, čista Nasheva ravnovesja igre daril - vseh je 32 (podrobna analiza je v Prilogi B.0.4). V vsakem izmed njih prvi igralec dobi 30 točk, drugi pa 10 točk. Klasična teorija iger ne da natančnih napovedi o poteku igre, vendar vseeno napove, da prvi igralec ne bo ničesar podaril drugemu, drugi pa bo za zaščito zahteval 60 točk ali več. Glede na to, da klasična teorija iger predpostavlja, da sta igralca racionalna, sebična in maksimizirata svoj dobiček, se zdi izmed danih ravnovesij najbolj smiseln izid (0, 91). Na podlagi predpostavk klasične teorije iger namreč lahko sklepamo, da drugi igralec ne bo nikoli pripravljen žrtvovati svojih 10 točk za zaščito nasprotnika, ker ga zanima samo lasten zaslužek. Za prvega igralca pa lahko sklepamo, da bo to predvidel in drugemu igralcu ne bo podaril nobene točke.

Napoved vedenjske teorije iger

Podobno kot pri igri pogajanja bomo napoved naredili na podlagi modela zavračanja neenakosti, vendar bomo sedaj privzeli, da imata oba igralca parametra $\alpha = 0.45$ in $\beta = 0.45$ (postopek izračuna je v Prilogi B.0.4).

Pod takimi predpostavkami ima igra 52 čistih Nashevih ravnovesij (podrobna analiza je v Prilogi B.0.4):

- (T, T), kjer je T $\in \{40, \ldots, 55\}$,
- (15, Y), kjer je Y $\in \{56, \ldots, 91\}$.

Vsa ravnovesja oblike (15, Y) so nekoliko nesmiselna. To so namreč ravnovesja, v katerih *Š2* za zaščito zahteva preveč točk, *Š1* pa jih podari premalo (le eno šestino), zaradi česar v teh ravnovesjih oba prejmeta 25 točk, kar je bistveno manj kot v ostalih ravnovesjih. Bolj sprejemljiva so ravnovesja (T, T), v katerih *Š1* podari minimalno število točk, ki jih je *Š2* še pripravljen sprejeti za zaščito nasprotnika. Čeprav natančne napovedi ne moremo narediti, na podlagi (T, T) Nashevih ravnovesij predvidevamo, da se bodo vsi *Š2* odločili za Y=T $\in \{40, \ldots, 55\}$. Vsi *Š1* se bodo ustrašili, da jih *Š2* ne bodo zaščitili, če bodo preveč nepravično razdelili točke, zato bodo poslali T točk, kjer je T=Y, Y $\in \{40, \ldots, 55\}$. Več kot 55 točk pa *Š1* ne bodo poslali, saj bi potem sami dobili premalo točk.

3.2.7 Igra goljufanja

V igri goljufanja so odločitve igralcev odvisne samo od njih samih. V tej igri ima vsak izmed igralcev pred seboj pošteno 6-stransko igralno kocko v plastičnem lončku, ki ima majhno luknjo na spodnji strani. Igralec lonček s kocko obrne na mizo in potrese, tako da se kocka pod pokritim lončkom zavrti. Nato igralec skozi majhno luknjo pogleda katero število je prikazano na vrhu kocke in to število vpiše v program. Po vpisu števila v program igralec lonček ponovno potrese in obrne ter vanj položi kocko. S tem zagotovi, da nihče razen njega (niti vodja poskusa niti njegovi asistenti) ne vidi števila, ki ga je pred tem videl na vrhu kocke. Igralec v tej igri prejme desetkrat toliko točk, kolikor znaša število pik na kocki.

Z igro goljufanja skušamo ugotoviti ali so igralci za večji zaslužek pripravljeni goljufati, če vedo, da jih pri tem ni mogoče ujeti. Z igro goljufanja lahko modeliramo realno situacijo, ki jo poznamo pod imenom prevarantsko računovodsko poročanje (del finančnih prevar). Prevaranti npr. priredijo določene računovodske kategorije, zato da bi pridobili nove vlagatelje (v tem primeru gre za prikazovanje boljšega poslovanja, kot je v resnici) ali da bi dobili finančno pomoč, do katere v resnici niso upravičeni (v tem primeru gre za prikazovanje slabšega poslovanja, kot je v resnici).

Napoved klasične teorije iger

Klasična teorija iger predpostavlja, da je vsak izmed igralcev racionalen in maksimizira svoj dobiček. V tej igri je za vsakega igralca optimalno, da v program vpiše število 6, saj v tem primeru prejme največje možno število točk. Ker število, ki se je v resnici prikazalo na vrhu kocke, vidi samo igralec, ki je kocko vrgel, se vsak izmed igralcev lahko zlaže glede števila, ki ga je v resnici videl in za morebitno laž ni kaznovan. Za igralca je v tej igri goljufanje povsem racionalno dejanje, saj mu omogoča dosego cilja, ki je maksimizacija dobička. Klasična teorija iger predpostavlja, da igralec zaradi morebitne nepoštenosti ne občuti krivde, sramu ali nelagodja. Na podlagi klasične teorije iger je torej naša najboljša napoved, da bodo vsi igralci v program zapisali število 6.

Napoved igre s poštenimi igralci

Če predpostavljamo, da so vsi igralci pošteni, potem vemo, da v program zapišejo število, ki se je v resnici prikazalo na vrhu kocke. Ker vemo, da je kocka poštena, potem lahko v igri goljufanja pričakujemo, da bo povprečno število pik 3.5 in da bo v poskusu padlo približno enako število enk, dvojk, trojk, štiric, petic in šestic.

Napoved vedenjske teorije iger

Napoved vedenjske teorije iger smo naredili na podlagi [54, 55]. Dufwenberg Jr. in Dufwenberg Sr. sta v [55] predlagala, da ima igralec i naslednjo funkcijo koristnosti:

$$U_i(x, y) = y - \theta_i \cdot \max\{y - x, 0\}.$$

Pri tem je x opaženo število pik na kocki, y število, ki ga igralec i zapiše v program, θ_i pa parameter goljufanja, ki meri nagnjenost igralca i h goljufanju. Glede na vrednost parametra θ_i ločimo 3 tipe igralcev. Če je $\theta_i > 1$, igralca i imenujemo *pošten igralec*. Tak igralec v program zapiše število, ki se je resnično prikazalo na kocki, saj je največja vrednost $U_i(x, y)$ dosežena pri $y = x$. Če je $\theta_i = 1$, igralca i imenujemo *delni goljuf*. Tak igralec v program zapiše število, ki je večje ali kvečjemu enako številu, ki se je resnično prikazalo na kocki, saj je največja vrednost $U_i(x, y)$ dosežena pri kateremkoli $y \in \{x, x+1, \ldots, 6\}$. To pomeni, da če se na kocki prikaže npr. število 3, bo delni goljuf v program zapisal eno izmed števil 3, 4, 5 ali 6. Delni goljuf bo število 1 v program zapisal z verjetnostjo $\frac{1}{36}$, število 2 z verjetnostjo $\frac{11}{180}$, število 3 z verjetnostjo $\frac{37}{360}$, število 4 z verjetnostjo $\frac{19}{120}$, število 5 z verjetnostjo $\frac{29}{120}$ in število 6 z verjetnostjo $\frac{49}{120}$. Te verjetnostni smo izračunali s pomočjo formule za pogojno verjetnost:

$$P(\text{zapiše } y) = \sum_{x=1}^{y} P(\text{zapiše } y \text{ in pade } x) = \sum_{x=1}^{y} P(\text{pade } x) \cdot P(\text{zapiše } y \mid \text{pade } x).$$

Pri tem smo upoštevali, da delni goljuf, ki opazi število x, katerokoli izmed števil $y \in \{x, x+1, \ldots, 6\}$ v program zapiše z verjetnostjo $P(\text{zapiše } y \mid \text{pade } x)=\frac{1}{6-x+1}$. Če je $\theta_i < 1$, igralca i imenujemo *goljuf*. Tak igralec v program vedno zapiše število 6, saj je največja vrednost $U_i(x, y)$ dosežena pri $y = 6$. Tabele, v katerih so prikazane vse možnosti, lahko bralec najde v Prilogi B.0.5.

Urs Fischbacher in Franziska Föllmi-Heusi sta na podlagi poskusa, v katerem sta se osredotočila na igro goljufanja, ocenila, da je 38.4% poštenih igralcev, 39.65% delnih goljufov in 21.95% goljufov [54]. Če upoštevamo njune ocene in zgoraj izračunane verjetnosti, je naša napoved naslednja: 7.5% študentov bo v program zapisalo število 1, 8.8% študentov število 2, 10.5% študentov število 3, 12.7% študentov število 4, 16% študentov število 5 in 44.5% študentov število 6. Pri takih deležih bo povprečno število opaženih pik 4.54.

Napoved na podlagi preteklega poskusa

Že v prejšnjem odstavku smo omenili, da sta Fischbacher in Föllmi-Heusi izvedla poskus z igro goljufanja [54]. Napoved, ki jo lahko naredimo na podlagi njunih ocen, je naslednja: 6.4% študentov bo v program zapisalo število 1, 7.2% študentov število 2, 11.6% študentov število 3, 12.6% študentov število 4, 27.2% študentov število 5 in 35.0% študentov število 6. Pri takih deležih bo povprečno število opaženih pik 4.52.

3.2.8 Igra tveganja

Tudi v zadnji igri so odločitve igralcev odvisne samo od njih samih. V tej igri morajo igralci v vsaki izmed treh vrstic izbrati eno od dveh danih loterij:

- prva vrstica: E = ([80: $\frac{1}{2}$ | 20: $\frac{1}{2}$]) ali F = ([38: 1]),
- druga vrstica: E = ([80: $\frac{1}{2}$ | 20: $\frac{1}{2}$]) ali F = ([44: 1]),
- tretja vrstica: E = ([80: $\frac{1}{2}$ | 20: $\frac{1}{2}$]) ali F = ([50: 1]).

Ko vsi igralci sprejmejo svoje odločitve, računalnik naključno izbere eno od vrstic. Če je igralec v izbrani vrstici izbral loterijo E, računalnik naključno (z verjetnostjo $\frac{1}{2}$) določi ali igralec prejme 80 točk ali 20 točk. Če je igralec v izbrani vrstici izbral loterijo F, prejme število točk, ki jih izbrana loterija ponuja: 38 točk, če je izbrana prva vrstica, 44 točk, če je izbrana druga vrstica in 50 točk, če je izbrana tretja vrstica.

S to igro modeliramo različne situacije iz vsakdanjega življenja, v katerih je prisotno tveganje in negotovost (npr. sklenitev zavarovanj, igranje iger na srečo). S pomočjo te igre tudi ocenjujemo kolikšen delež ljudi v populaciji zavrača tveganje, kolikšen delež ljudi je tveganju naklonjenih ter kolikšen delež ljudi je do tveganja nevtralnih.

Napoved klasične teorije iger

Klasična teorija iger predpostavlja, da je vsak izmed študentov do tveganja nevtralen in da bo sprejel odločitve na podlagi pričakovanih vrednosti loterij. Vsak študent bo v vsaki vrstici izračunal pričakovani vrednosti loterij E in F ter izbral tisto loterijo, ki ima večjo pričakovano vrednost. Pričakovano vrednost loterije $L = [x_i : p_i]_{i=1}^n$ študent izračuna po enačbi:

$$E(L) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i.$$

Pričakovana vrednost loterije E je 50 točk ($\frac{1}{2} \cdot 80 + \frac{1}{2} \cdot 20$), kar pomeni, da bi morali vsi študenti v prvi in drugi vrstici izbrati loterijo E, saj je 50 točk več kot 38 oziroma 44 točk, kolikor znašata pričakovani vrednosti loterije F v prvi oziroma drugi vrstici. V tretji vrstici bi študentom moralo biti vseeno katero od dveh loterij izberejo, saj sta pričakovani vrednosti obeh loterij, E in F, enaki 50 točk. To pomeni, da bi moralo v tretji vrstici približno 50% študentov izbrati loterijo E in približno 50% študentov loterijo F. To pomeni, da lahko pričakujemo, da bo 50% študentov izbralo loterije EEE, 50% študentov pa loterije EEF (n-ta črka pove, katero loterijo izbere študent v n-ti vrstici, kjer je $n \in \{1, 2, 3\}$).

Napoved vedenjske teorije iger

Že v podpoglavju 2.5.2 smo spoznali, da je danes eden izmed najbolj uveljavljenih modelov znotraj vedenjske teorije iger t.i. kumulativna teorija prospektov, ki predpostavlja, da bo vsak izmed študentov vrednotil loterije $L = [x_i : p_i]_{i=-m}^n$ s pomočjo:

$$V^{KTP}(L) = \sum_{i=-m}^{n} \pi_i v(x_i).$$

Pri tem sta π_i in v funkciji, ki smo ju definirali v podpoglavju 2.5.2. Upoštevali bomo, da imata funkciji π_i in v naslednje vrednosti parametrov: $\alpha = 0.88, \beta = 0.88$, $\gamma = 0.61, \delta = 0.69$ in $\lambda = 2.25$. Vsak študent bo v vsaki vrstici izračunal vrednosti V^{KTP} loterij E in F ter izbral tisto loterijo, ki ima večjo vrednost V^{KTP}. Na podlagi kumulativne teorije prospektov lahko napovemo, da:

- bodo v prvi vrstici vsi študenti izbrali loterijo E, saj je:

$$V^{KTP}(E) = \pi_1^+ v(20) + \pi_2^+ v(80) = 27.98 > V^{KTP}(F) = v(38) = 24.56,$$

- bo v drugi vrstici približno 50% študentov izbralo loterijo E in približno 50% loterijo F, saj je:

$$V^{KTP}(E) = 27.98 \approx V^{KTP}(F) = v(44) = 27.94,$$

- bodo v tretji vrstici vsi študenti izbrali loterijo F, saj je

$$V^{KTP}(E) = 27.98 < V^{KTP}(F) = v(50) = 31.27.$$

Na podlagi tega lahko pričakujemo, da bo 50% študentov izbralo loterije EEF, 50% študentov pa loterije EFF. Za razliko od klasične teorije iger, ki predpostavlja, da se bo nekaj študentov odločilo za loterijo F šele v tretji vrstici, vedenjska teorija iger predpostavlja, da se bo nekaj študentov odločilo za loterijo F že v drugi vrstici.

4 Eksperimentalna metodologija

V tem poglavju bomo podrobneje opisali okolje, v katerem se je izvedel poskus, predstavili kako so potekale priprave na poskus ter navedli nekaj osnovnih informacij o udeležencih poskusa (struktura udeležencev glede na spol, struktura udeležencev glede na smer študija).

Skupina raziskovalcev na UP IAM in UP FAMNIT se v zadnjih letih na različnih področjih aktivno vključuje v številne raziskovalne projekte. Od leta 2014 dalje so se na pobudo izr. prof. dr. Aljaža Uleta, ki na UP FAMNIT poučuje teorijo iger in mikroekonomijo, na UP IAM usmerili tudi v raziskovalne projekte s področja eksperimentalne ekonomije in teorije iger. Leta 2016 so se na UP FAMNIT tudi odločili, da eno izmed svojih učilnic preoblikujejo v laboratorij in s tem raziskovalcem omogočijo, da v laboratoriju opravljajo svoje raziskave in poskuse.

Poskus, ki ga opisujemo v magistrskem delu, je bil izveden 30. 5. 2017 v Kopru in 31. 5. 2017 v Ljubljani, obakrat v dveh izvedbah, saj laboratorija sprejmeta le omejeno število udeležencev. V Kopru smo skupaj z mentorjem izr. prof. dr. Aljažem Uletom in asistentko dr. Andrejo Živoder poskus izvedli v prej omenjenem laboratoriju, ki je v lasti Famnita.

Laboratorij, ki je prikazan na Sliki 3, vsebuje 16 računalnikov, razporejenih v 4 vrste s štirimi računalniki. Ker je pri poskusu ključno, da so udeleženci osredotočeni samo na

Slika 3: Laboratorij na Famnitu

dogajanje na svojem ekranu in ne na dogajanje na sosedovem ekranu, so računalniki s treh strani ograjeni z lesenimi pregradami. S tem je zagotovljena popolna anonimnost posameznega udeleženca.

Pred izvedbo samega poskusa je bilo najprej potrebno določiti katere strateške igre bodo udeleženci poskusa igrali. Odločili smo se za osem iger, ki smo jih opisali v poglavju 3. Ker je poskus vključeval tako igre, v katerih so bile odločitve odvisne samo od enega udeleženca, kot tudi igre, v katerih so bile odločitve odvisne od para ali trojice udeležencev, smo pred začetkom poskusa morali postaviti omejitev, in sicer, da se vsake izmed izvedb poskusa lahko udeleži bodisi 6 bodisi 12 udeležencev (število udeležencev mora biti enako enemu izmed večkratnikov števil 1, 2 in 3).

Po tem, ko smo izbrali ustrezne igre za poskus, smo morali navodila iger vpisati v program *z-Tree*, ki se uporablja za razvijanje in izvajanje ekonomskih poskusov. Pred samo izvedbo poskusa smo morali vso programsko opremo tudi testirati. Nismo si namreč smeli dovoliti, da bi pri sami izvedbi poskusa prišlo do napak, saj bi lahko bila potem ogrožena naša celotna raziskava.

Pred samo izvedbo poskusa je bilo potrebno še zbrati posameznike, ki bi se bili pripravljeni udeležiti poskusa. Rekrutacija je potekala tako, da smo z mentorjem in asistentko obiskali različne fakultete v Kopru in eno v Ljubljani ter tamkajšnjim študentom predstavili osnovne informacije o poskusu. Pri tem smo povedali kdaj in kje se bo poskus izvedel in na kratko opisali laboratorij ter poudarili, da bodo vsi udeleženci poskusa zaslužili nekaj denarja. Podrobna vsebina poskusa je ostala skrivnost. Plačilo naj bi tudi bila glavna motivacija, zaradi katere naj bi se študenti udeležili poskusa.

Pri sami predstavitvi poskusa je izjemno pomembna izbira besed, s katerimi vodja poskusa pritegne posameznika k udeležbi. Vodja poskusa mora biti pri predstavitvi strogo objektiven in mora poskus predstaviti tako, da se ga udeleženci udeležijo zgolj zaradi želje po zaslužku in ne zaradi tega, da bi vodji poskusa s svojo udeležbo pomagali, da se poskus izvede. Neustrezna oziroma pomanjkljiva predstavitev (npr. če vodja pozabi povedati, da so vsa izplačila in odločitve anonimne) lahko pripelje do tega, da udeleženci v laboratoriju sprejemajo drugačne odločitve, kot bi jih sicer. To lahko potem vodi do pristranskih rezultatov, kakršnih si v raziskavi ne želimo imeti.

V poskusu je imel vsak izmed udeležencev priložnost, da zasluži nekaj denarja. Vsota denarja, ki jo je posameznik zaslužil, je bila odvisna od njegovih odločitev in odločitev ostalih udeležencev, saj so bili določeni deli poskusa odvisni tudi od odločitev, ki jih je sprejel par oziroma trojica naključno izbranih udeležencev. V povprečju naj bi v takem poskusu udeleženci zaslužili 10 evrov.

Pred začetkom poskusa sem preveril (to je ena izmed nalog asistenta), če so na poskus prišli vsi, ki so se nanj prijavili. Nato je vodja poskusa vpričo vseh udeležencev prebral navodila. S tem smo zagotovili, da so igre v poskusu skupno znanje vseh udeležencev (igralcev). Vodja poskusa je vmes večkrat jasno poudaril, da so odločitve posameznega udeleženca povezane le s kodo računalnika, ki je dodeljen posameznemu udeležencu. S tem smo udeležencem zagotovili, da so bile vse njihove odločitve anonimne. Poleg tega so bila tudi vsa izplačila strogo zaupna.

Čeprav smo imeli v opravljenem poskusu ustrezno število udeležencev, bomo na tem mestu opisali še kakšen je protokol v primeru, ko se na poskus prijavi preveliko število ljudi. V tem primeru pred začetkom poskusa vodja poskusa naznani, da se zaradi prevelikega števila udeležencev vsi prisotni ne bodo morali udeležiti poskusa. Posamezniki se nato lahko prostovoljno odločijo, da odstopijo od poskusa in v tem primeru prejmejo nekaj denarja (v našem poskusu bi znesek znašal 5 evrov) in možnost, da se prijavijo na drugo izvedbo poskusa. Če takih prostovoljcev ni, žreb določi, kdo mora zapustiti poskus. Tudi v tem primeru ta oseba prejme nekaj denarja in možnost prijave na drugo izvedbo poskusa.

V našem poskusu so morali udeleženci v vsaki izmed osmih iger sprejeti eno ali več odločitev. Igre med seboj niso bile povezane in odločitve udeležencev v eni igri niso vplivale na ostale igre. Udeleženci so v vsaki igri lahko pridobili določeno število točk. Ob koncu poskusa je vodja poskusa z metom 8-stranske kocke naključno izbral eno izmed iger in nato vsakemu udeležencu poskusa v denarju izplačal točke, ki jih je posamezen udeleženec v izbrani igri pridobil. Vsak udeleženec je zaslužil 1 evro za vsakih 10 točk, ki jih je pridobil v izbranem delu poskusa.

Med poskusom kakršnokoli pogovarjanje in komuniciranje z drugimi udeleženci ni bilo dovoljeno. Če je imel kakšen izmed udeležencev vprašanje, je moral dvigniti roko in počakati, da je vodja poskusa prišel do njegove mize.

Ko se je poskus zaključil in so udeleženci zapustili laboratorij, je bila naša prva naloga shranjevanje podatkov. Te podatke smo kasneje analizirali. Na koncu je sledila še objava rezultatov in razprava. Čeprav smo tokrat rezultate objavili v magistrskem delu (poglavje 5), se običajno rezultati objavljajo v znanstvenih revijah ali člankih.

Celoten postopek izvedbe poskusa je povzet v Tabeli 10.

Tabela 10: Postopek izvedbe poskusa

Izvedba poskusa po korakih	Opis
1. korak	izbira strateških iger in vpis navodil iger v program
2. korak	testiranje programske opreme
3. korak	rekrutacija
4. korak	popis udeležencev pred izvedbo poskusa
5. korak	izvedba poskusa
6. korak	izplačilo zaslužkov
7. korak	shranjevanje podatkov
8. korak	analiza
9. korak	objava rezultatov in razprava

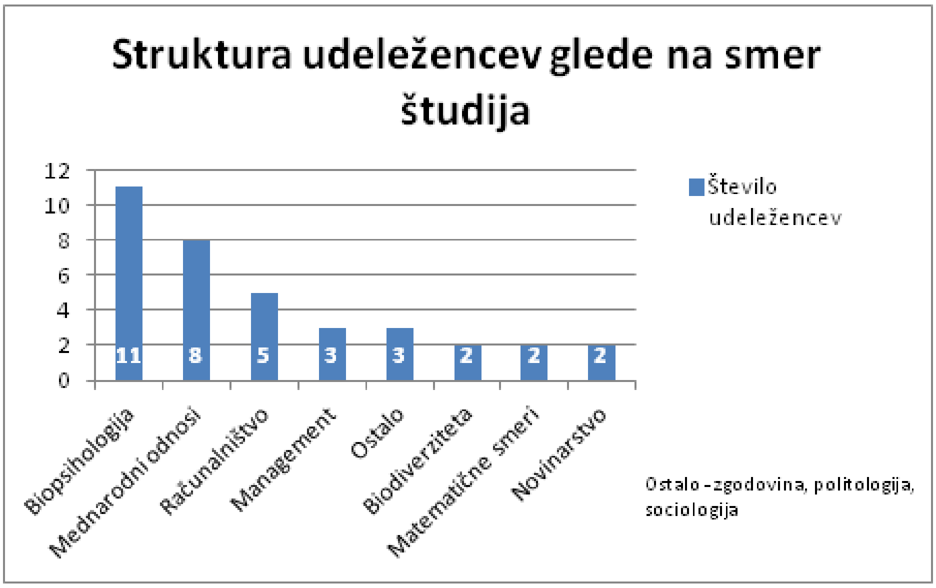
Skupno je v poskusu sodelovalo 36 udeležencev, od tega je bilo 9 oseb moškega spola in 27 oseb ženskega spola. Delež moških je torej znašal 25%, delež žensk pa 75%.

V poskusu v Kopru je sodelovalo 24 udeležencev oziroma dve tretjini vseh udeležencev poskusa. Med udeleženci je bilo 5 oseb moškega spola in 19 oseb ženskega spola. Delež moških je torej znašal 20.83%, delež žensk pa 79.17%. Vsi udeleženci so bili študenti Univerze na Primorskem.

V Ljubljani se je poskus izvedel na Fakulteti za družbene vede, kjer sta izr. prof. dr. Aljaž Ule in njegova asistentka dr. Andreja Živoder izvedla poskus s tamkajšnjimi študenti. Ker Fakulteta za družbene vede nima posebnega laboratorija za takšne vrste poskusov, so za namene poskusa eno izmed učilnic začasno preuredili v laboratorij. Zaradi nekoliko drugačne razporeditve računalnikov, je pri poskusu naenkrat lahko sodelovalo največ 6 udeležencev.

V poskusu v Ljubljani je sodelovalo 12 udeležencev oziroma ena tretjina vseh udeležencev poskusa. Med udeleženci so bile 4 osebe moškega spola in 8 oseb ženskega spola. Delež moških je torej znašal 33.33%, delež žensk pa 66.67%. Vsi udeleženci so bili študenti Univerze v Ljubljani.

Skupno so v poskusu sodelovali študenti z enajstih različnih študijskih smeri, ki se med seboj v veliki večini niso poznali. S tem smo dosegli kakovostnejše in bolj nepristranske rezultate. Na Sliki 4 so prikazane študijske smeri, na katere so bili v času izvedbe poskusa vpisani udeleženci poskusa, in število udeležencev, ki prihaja iz posameznih študijskih smeri.



Slika 4: Struktura udeležencev glede na smer študija

Iz Slike 4 lahko razberemo, da je bilo največ udeležencev poskusa v času izvedbe poskusa vpisanih na študijsko smer Biopsihologija (30.56%), ki se izvaja na Famnitu v Kopru, in študijsko smer Mednarodni odnosi (22.22%), ki se izvaja na Fakulteti za družbene vede v Ljubljani.

5 Rezultati poskusa

V tem poglavju si bomo podrobneje pogledali, kako so vsako izmed izbranih 8 iger odigrali študenti. V tabelah bomo napoved klasične teorije iger označevali s kratico *KTI*, napoved vedenjske teorije iger s kratico *VTI* in napoved na podlagi preteklih poskusov s kratico *PP*.

Preden se podrobneje posvetimo igram je potrebno povedati, da so študenti, ki so sodelovali v našem poskusu, v povprečju zaslužili 11.68 evrov (standardni odklon: 2.82 evra). Najvišji zaslužek je znašal 16.4 evre, najnižji pa 8.4 evre. Mediana je bila 10.3 evre, modus pa 9.4 evre.

Naše napovedi, ki smo jih naredili v poglavju 3, bomo testirali s pomočjo dveh statističnih testov. Na podlagi teh testov bomo ugotovili ali je pri napovedi boljše upoštevati klasično teorijo iger, vedenjsko teorijo iger ali pretekle poskuse. Uporabljali bomo *t-test* in *Kolmogorov-Smirnov test prileganja*.

S pomočjo t-testa ugotavljamo ali je opaženo povprečje statistično signifikatno različno od pričakovanega (hipotetičnega). Ničelna hipoteza H_0 pravi, da opaženo povprečje ni statistično signifikatno različno od pričakovanega, alternativna hipoteza H_A pa pravi, da je. H_0 zavrnemo, če je p-vrednost manjša od stopnje značilnosti α (ta je običajno 0.01, 0.05 ali 0.1) [56].

Kolmogorov-Smirnov test prileganja (okr. *KS test*) je podoben hi-kvadrat testu prileganja (angl. *chi-square goodness of fit test*), le da je primeren predvsem za majhne vzorce, kot je bil npr. naš. KS test uporabimo, če nas zanima ali so opažene absolutne frekvence statistično signifikatno različne od pričakovanih. Ničelna hipoteza H_0 pravi, da opažene absolutne frekvence niso statistično signifikatno različne od pričakovanih, alternativna hipoteza H_A pa pravi, da so. Pri testiranju hipotez se uporablja KS testna statistika $D_{\max}$, ki je definirana kot maksimalna absolutna razlika med opaženo in pričakovano kumulativno funkcijo. H_0 zavrnemo, če je $D_{\max}$ večja od kritične vrednosti D (to najdemo v KS tabeli) oziroma če je p-vrednost manjša od stopnje značilnosti α (ta je običajno 0.01, 0.05 ali 0.1) [56, 57].

Za lažje razumevanje si poglejmo zgled uporabe na preprostem primeru.

Primer 5.1. V trgovini smo kupili 5-stransko igralno kocko, za katero prodajalka trdi, da je poštena. Da bi se v to tudi sami prepričali, smo kocko vrgli 35-krat in v Tabelo 11 zapisali naše opažene absolutne frekvence in pričakovane frekvence.

Tabela 11: Testiranje poštene kocke

	Napoved	**Poskus**
1	7	13
2	7	11
3	7	6
4	7	3
5	7	2

Ker smo želeli uporabiti KS test, smo morali izračunati $D_{\max}$. Kumulativne verjetnosti smo zapisali v Tabelo 12, pri čemer je x število pik na kocki.

Tabela 12: Izračun KS testne statistike

	Napoved	**Poskus**	**Absolutna razlika**
$\mathbf{P(x \leq 1)}$	0.2	$\frac{13}{35}$=0.371	0.171
$\mathbf{P(x \leq 2)}$	0.4	$\frac{24}{35}$=0.686	$\boldsymbol{0.286 = D_{\max}}$
$\mathbf{P(x \leq 3)}$	0.6	$\frac{30}{35}$=0.857	0.257
$\mathbf{P(x \leq 4)}$	0.8	$\frac{33}{35}$=0.943	0.143
$\mathbf{P(x \leq 5)}$	1	1	0

Ker je $D_{\max} = 0.286 > D = 0.27$ (kritična vrednost pri stopnji značilnosti 0.01) oziroma ker je $p = 0.005 < 0.01$, ničelno hipotezo, ki pravi, da je kocka poštena, zavrnemo. △

V preostanku poglavja 5 bomo predstavili igre, ki smo jih vključili v raziskavo in naredili napovedi o tem, kako naj bi se vsaka izmed iger odigrala.

5.1 Igra solidarnosti

V igri solidarnosti je kocka določila ali je igralec bogat ali reven. Vsak bogat igralec je lahko nekaj svojih točk podaril revnemu igralcu (če je bil kakšen tak igralec). Preden je vodja poskusa pred vsakim igralcem vrgel kocko, je moral vsak izmed igralcev določiti dve vrednosti, x_1 in x_2. x_1 je število točk, ki jih je igralec podaril edinemu revnemu igralcu, če je, tako kot tudi en izmed njegovih soigralcev, postal bogat. x_2 je število točk, ki jih je igralec podaril vsakemu od dveh revnih igralcev, če je samo on postal bogat.

Glede na vrednosti x_1 in x_2 smo igralce razdelili v 5 kategorij in testirali napoved na podlagi preteklega poskusa z opaženo kategorizacijo igralcev (Tabela 13). Ko smo analizirali odločitve, ki so jih udeleženci poskusa sprejeli v igri solidarnosti, smo ugotovili, da se 6 študentov uvršča v prvo kategorijo, 8 študentov v drugo kategorijo, 6 študentov v tretjo kategorijo, 9 študentov v četrto kategorijo in 7 študentov v peto kategorijo.

Tabela 13: Napovedana in opažena kategorizacija igralcev

	Napoved PP	**Poskus**
sebičneži $x_1 = x_2 = 0$	7.56	***6***
fiksni znesek $x_1 = 2x_2 \geq 0$	12.96	***8***
fiksna nagrada $x_1 = x_2 > 0$	5.76	***6***
$2x_2 > x_1 > x_2 > 0$	3.96	***9***
ostali	5.76	***7***

S pomočjo KS testa smo primerjali opaženo porazdelitev ljudi po kategorijah s porazdelitvijo, ki smo jo napovedali na podlagi preteklega poskusa. Opažena porazdelitev ni bila statistično signifikatno različna od napovedane ($p = 0.17 > 0.1$).

V Tabeli 14 so podane naše napovedi in opaženi vrednosti x_1 ter x_2.

Tabela 14: Napovedane vrednosti in opaženi vrednosti - igra solidarnosti

	KTI	**VTI**	**PP**	**Poskus**
x_1	0	0	14.76	***15.78***
x_2	0	0	9.36	***9.78***

V našem poskusu je bila povprečna vrednost x_1 15.78 točk, kar je znašalo 26.3% vseh točk. Povprečna vrednost x_2 pa je bila 9.78 točk, kar je znašalo 16.3% vseh točk. Na podlagi t-testa smo ugotovili, da so bile opažene vrednosti statistično signifikatno različne od klasičnih in vedenjskih napovedi tako za x_1 ($p < 0.001$) kot za x_2 ($p < 0.001$). Niso pa bile opažene vrednosti statistično signifikantno različne od napovedi preteklega poskusa (pri x_1 je bil $p = 0.57 > 0.1$, pri x_2 pa $p = 0.72 > 0.1$).

Pri igri solidarnosti smo najboljšo napoved dobili na podlagi preteklega poskusa, ki sta ga izvedla Selten in Ockenfels [45]. Napoved klasične teorije iger ni bila natančna, ker je predpostavila, da je vsem študentom edini cilj maksimizacija svojega lastnega zaslužka – v resnici pa je v igri solidarnosti samo 6 študentov maksimiziralo svoj zaslužek. Napoved vedenjske teorije iger, ki tudi ni bila natančna, pa bi lahko izboljšali tako, da bi predpostavili, da je vrednost parametra radodarnosti β večja ali kvečjemu enaka $\frac{2}{3}$. Tega namreč originalni model, na katerem je temeljila naša napoved, ni predpostavljal.

Na podlagi rezultatov smo ugotovili, da so študenti običajno pripravljeni žrtvovati nekaj svojega zaslužka, da bi s tem pomagali študentom, ki so v stiski.

5.2 Igra sodelovanja

V igri sodelovanja je imel vsak izmed igralcev na voljo 9 žetonov, ki jih je moral vložiti bodisi v skupni projekt bodisi v osebni projekt. Če je igralec i vložil v skupni projekt $x_i \in \{0, 1, \ldots, 9\}$ žetonov, je moral v osebni projekt vložiti $9 - x_i$ žetonov. Vsak žeton, ki ga je igralec vložil v skupni projekt, je vsakemu igralcu prinesel 2 točki. Vsak žeton, ki ga je igralec vložil v osebni projekt, je samo temu igralcu prinesel 4 točke.

Napovedane vrednosti in opažene vrednosti so podane v Tabeli 15.

Tabela 15: Napovedane vrednosti in opaženi vrednosti - igra sodelovanja

	KTI	**VTI**	**PP**	**Poskus**
skupni projekt	0	3.6	3.33-4.23	***3.92***
osebni projekt	9	5.4	4.77-5.67	***5.08***

V igri sodelovanja so študenti v skupni projekt v povprečju vložili 3.92 žetonov, kar je znašalo 43.56% vseh žetonov. S pomočjo t-testa smo primerjali opaženo povprečno število žetonov, vloženih v osebni projekt, s tremi napovedanimi povprečji. Opaženo povprečno število žetonov, vloženih v osebni projekt, je bilo statistično signifikantno različno od klasične napovedi ($p < 0.001$). Ni pa bilo opaženo povprečje žetonov, vloženih v osebni projekt, statistično signifikatno različno od vedenjske napovedi ($p = 0.45 > 0.1$) in napovedi na podlagi preteklih poskusov ($p > 0.1$).

Ko smo analizirali igro smo ugotovili, da je več kot polovico svojih žetonov v skupni projekt vložilo le 13 študentov (36%). Med temi so bili samo trije takšni, ki so vse svoje žetone vložili v skupni projekt. Nobena trojica ni prejela največjega skupnega zaslužka, ki je znašal 162 točk (največji zaslužek trojice je znašal 150 točk).

Napoved klasične teorije iger je bila najslabša, ker je predpostavila, da so vsi študenti "prosti jezdeci". Izkazalo se je, da so v poskusu sodelovali samo 4 "prosti jezdeci". Z vedenjsko teorijo iger in s pomočjo preteklih poskusov pa smo uspeli zelo natančno napovedati kako se bo igra odigrala.

5.3 Igra zaupanja

V igri zaupanja je imel prvi igralec na voljo 40 točk, drugi igralec pa 0 točk. Prvi igralec je lahko vse točke zadržal ali jih poslal drugemu igralcu. Če je prvi igralec točke poslal, so se te potrojile in drugi igralec je prejel 120 točk. Drugi igralec je lahko vse točke obdržal ali pa jih enakomerno razdelil med oba. Tako kot v vseh preostalih igrah sta tudi v tej igri igralca svojo odločitev sprejela istočasno.

Če je prvi igralec točke zadržal, je zaslužil 40 točk, drugi pa 0 točk. Če je prvi igralec točke poslal in jih je drugi obdržal, je prvi igralec zaslužil 0 točk, drugi pa 120 točk. Če je prvi igralec točke poslal in jih je drugi razdelil, sta oba igralca prejela 60 točk.

V igri zaupanja je 18 študentov nastopilo v vlogi prvega igralca. Ugotovili smo, da je 9 študentov izbralo potezo *zadrži* in 9 študentov potezo *pošlji*. To pomeni, da je 50% študentov zaupalo svojemu nasprotniku (verjeli so, da bo njihov nasprotnik recipročen in da jih bo za podarjene točke nagradil), 50% pa ne.

V vlogi drugega igralca je tudi nastopilo 18 študentov. 6 študentov se je odločilo za potezo *obdrži*, 12 pa za potezo *razdeli*. Na podlagi pridobljenih podatkov lahko sklepamo, da sta bili dve tretjini študentov recipročnih (nasprotnike so bili pripravljeni nagraditi, v kolikor bi jim ti poslali svoje točke), ena tretjina pa sebičnih. Te je zanimal samo lastni dobiček.

V Tabelah 16 in 17 so podane napovedane vrednosti in opaženi vrednosti za prvega in drugega igralca.

Najprej smo s pomočjo KS testa primerjali opažene absolutne frekvence (število pojavitev posameznih izidov) za prvega igralca z napovedanimi frekvencami za prvega igralca. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne od klasične napovedi ($p = 0.01 < 0.001$). Niso pa bile opažene absolutne frekvence statistično signifikatno različne od vedenjske napovedi ($p = 1 > 0.1$) in napovedi na podlagi preteklega poskusa ($p = 0.6 > 0.1$).

Tabela 16: Napovedane vrednosti in opaženi vrednosti za prvega igralca – igra zaupanja

	KTI	VTI	PP	Poskus
zadrži	18	9	12.15	***9***
pošlji	0	9	5.85	***9***

Tabela 17: Napovedane vrednosti in opaženi vrednosti za drugega igralca – igra zaupanja

	KTI	VTI	PP	Poskus
obdrži	18	10.8	12.94	***6***
razdeli	0	7.2	5.06	***12***

Nato smo s pomočjo KS testa primerjali opažene absolutne frekvence (število pojavitev posameznih izidov) za drugega igralca z napovedanimi frekvencami za drugega igralca. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne od klasične napovedi ($p < 0.001$) in napovedi na podlagi preteklega poskusa ($p = 0.006 < 0.01$). Niso pa bile opažene absolutne frekvence statistično signifikatno različne od vedenjske napovedi ($p = 0.13 > 0.1$).

Najslabšo napoved je dala klasična teorija iger, ki ni upoštevala, da so nekateri študenti zaupljivi in recipročni. Tako visokega deleža recipročnih študentov (66.67%) pravzaprav nista natančno predvidela niti vedenjska teorija iger (40%) niti pretekli poskus (28.1%).

5.4 Igra pogajanja

V igri pogajanja sta imela igralca na voljo 100 točk, ki sta si jih lahko razdelila. Prvi igralec je moral določiti število točk X $\in \{0, 1, \ldots, 99, 100\}$, ki jih je želel ponuditi drugemu igralcu. Medtem je moral drugi igralec določiti najmanjše število točk Y $\in \{0, 1, \ldots, 100, 101\}$, ki jih je bil pripravljen sprejeti. Pri tem $Y = 0$ pomeni, da je bil drugi igralec pripravljen sprejeti vsako ponudbo, $Y = 101$ pa pomeni, da drugi ni bil pripravljen sprejeti nobene ponudbe.

Igralca sta svojo odločitev sprejela istočasno. Če je bil $Y > X$, potem je bila ponudba prvega igralca zavrnjena in oba igralca sta prejela 0 točk. Če je bil $Y \leq X$, potem je bila ponudba prvega igralca sprejeta in prvi igralec je prejel $100 - X$ točk, drugi pa X točk.

V tej igri je 18 študentov nastopilo v vlogi prvega igralca. Glede na to, koliko točk so bili pripravljeni podariti svojemu nasprotniku, smo jih razdelili v dve kategoriji:

- prva kategorija ($x < 32$),
- druga kategorija ($x \geq 32$).

Tabela 18: Napovedane vrednosti in opaženi vrednosti za prvega igralca - igra pogajanja

	KTI	**VTI**	**PP**	**Poskus**
< 32	18	0	0	***1***
≥ 32	0	18	18	***17***

Naše napovedi in opažene absolutne frekvence so prikazane v Tabeli 18.

S pomočjo KS testa smo primerjali opažene absolutne frekvence z napovedanimi frekvencami. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne od klasične napovedi ($p < 0.001$). Niso pa bile opažene absolutne frekvence statistično signifikatno različne od vedenjske napovedi ($p = 1 > 0.1$) in napovedi na podlagi preteklih poskusov ($p = 1 > 0.1$).

V vlogi drugega igralca je tudi nastopilo 18 študentov. Glede na najmanjše število točk, ki so jih bili študenti pripravljeni sprejeti od svojega nasprotnika, smo jih razdelili v dve kategoriji:

- prva kategorija ($x < 32$),
- druga kategorija ($x \geq 32$).

Naše napovedi in opažene absolutne frekvence so prikazane v Tabeli 19:

Tabela 19: Napovedane vrednosti in opaženi vrednosti za drugega igralca - igra pogajanja

	KTI	**VTI**	**PP**	**Poskus**
< 32	18	0	0	***8***
≥ 32	0	18	18	***10***

S pomočjo KS testa smo primerjali opažene absolutne frekvence z napovedanimi frekvencami. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne tako od klasične napovedi ($p < 0.001$) kot tudi od vedenjske napovedi ($p = 0.001 < 0.1$) ter napovedi na podlagi preteklih poskusov ($p = 0.001 < 0.1$).

V igri pogajanja sta bili napovedi za prvega igralca, ki smo ju naredili na podlagi vedenjske teorije iger in preteklih poskusov bistveno bolj natančni od napovedi klasične teorije iger. Vse napovedi za drugega igralca pa so bile statistično signifikatno različne od opaženih vrednosti. Napoved vedenjske teorije iger bi bila morda bolj natančna, če bi pri napovedi upoštevali model zavračanja neenakosti z drugačnimi vrednostmi parametrov α in β (mi smo upoštevali $\alpha = 0.85$ in $\beta = 0.315$).

5.5 Igra strahu

V igri strahu sta se morala oba igralca hkrati odločiti bodisi za potezo A bodisi za potezo B. Če sta oba izbrala potezo A, nista zaslužila nobene točke. Če sta oba izbrala potezo B, sta zaslužila 40 točk. Če je prvi igralec izbral potezo A, drugi pa potezo B, je prvi zaslužil 70 točk, drugi pa 30 točk. Če je prvi igralec izbral potezo B, drugi pa potezo A, je prvi zaslužil 30 točk, drugi pa 70 točk.

Napovedane vrednosti in opaženi vrednosti sta podani v Tabeli 20, pri čemer smo z *Maximin* označili napoved, ki smo jo naredili na podlagi modela ekstremnega strahu pred tveganjem.

Tabela 20: Napovedane vrednosti in opaženi vrednosti

	KTI	**Maximin**	**VTI**	**PP**	**Poskus**
poteza A	18	0	7.2	4.5	***7***
poteza B	18	36	28.8	31.5	***29***

V igri strahu je 7 študentov izbralo potezo A (tj. 19.44% študentov), 29 študentov pa potezo B (tj. 80.56% študentov). Na podlagi rezultatov lahko sklepamo, da je v poskusu sodelovalo 80.56% študentov, ki so se raje odločili za manj tvegano potezo.

S pomočjo KS testa smo primerjali opažene absolutne frekvence (število pojavitev posameznih izidov) z napovedanimi frekvencami. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne od klasične napovedi ($p = 0.002 < 0.01$). Niso pa bile opažene absolutne frekvence statistično signifikatno različne od napovedi modela ekstremnega strahu pred tveganjem ($p = 0.12 > 0.1$), vedenjske napovedi ($p = 1 > 0.1$) in napovedi na podlagi preteklega poskusa ($p = 0.99 > 0.1$).

Tudi v igri strahu je bila napoved klasične teorije iger najmanj natančna, saj je bila edina statistično signifikatno različna od opaženih absolutnih frekvenc. Še posebej natančna je bila napoved, ki smo jo naredili na podlagi modela kognitivnih hierarhij in kumulativne teorije prospektov.

5.6 Igra daril

V igri daril je imel prvi igralec na voljo 90 točk, drugi pa 10 točk. Prvi igralec je lahko poljubno število svojih točk (T) podaril drugemu, drugi pa ga je lahko zaščitil ali ne. Če je drugi igralec prvega zaščitil, je prvi obdržal vse točke, ki jih ni podaril drugemu igralcu. Če drugi igralec prvega ni zaščitil, je prvi obdržal le eno tretjino točk, ki jih ni podaril drugemu. Drugi igralec je za zaščito plačal 10 svojih točk.

V igri je moral prvi igralec določiti število točk T $\in \{0, 1, \ldots, 90\}$, ki jih je želel podariti drugemu igralcu. Medtem je moral drugi igralec določiti najmanjše število točk Y $\in \{0, 1, \ldots, 90, 91\}$, ki jih je želel dobiti od prvega igralca, da ga je zaščitil. Pri tem $Y = 0$ pomeni, da je bil drugi igralec vedno pripravljen zaščititi prvega, $Y = 91$ pa pomeni, da drugi igralec ni bil nikoli pripravljen zaščititi prvega.

Igralca sta svojo odločitev sprejela istočasno. Če je bil $Y > T$, drugi igralec prvega ni zaščitil. V tem primeru je prvi igralec prejel $\frac{90-T}{3}$ točk, drugi pa $T + 10$ točk. Če je bil $Y \leq T$, potem je drugi igralec prvega zaščitil. V tem primeru je prvi igralec prejel $90 - T$ točk, drugi pa T točk.

V tej igri je 18 študentov nastopilo v vlogi prvega igralca. Glede na to, koliko točk so bili pripravljeni podariti svojemu nasprotniku, smo jih razdelili v tri kategorije:

- prva kategorija ($x < 40$),
- druga kategorija ($40 \leq x \leq 55$),
- tretja kategorija ($x > 55$).

Naše napovedi in opažene absolutne frekvence so prikazane v Tabeli 21:

Tabela 21: Napovedane vrednosti in opažene vrednosti za prvega igralca - igra daril

	KTI	**VTI**	**Poskus**
< 40	18	0	***8***
40-55	0	18	***9***
> 55	0	0	***1***

S pomočjo KS testa smo primerjali opažene absolutne frekvence z napovedanimi frekvencami. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne tako od klasične napovedi ($p < 0.001$) kot tudi od vedenjske napovedi ($p = 0.001 < 0.01$).

V vlogi drugega igralca je tudi nastopilo 18 študentov. Glede na najmanjše število točk, ki so jih bili študenti pripravljeni sprejeti od svojega nasprotnika, zato da ga zaščitijo, smo jih razdelili v tri kategorije:

- prva kategorija ($x < 40$),
- druga kategorija ($40 \leq x \leq 55$),
- tretja kategorija ($x > 55$).

Naše napovedi in opažene absolutne frekvence so prikazane v Tabeli 22:

Tabela 22: Napovedane vrednosti in opažene vrednosti za drugega igralca - igra daril

	KTI	**VTI**	**Poskus**
< 40	0	0	***7***
40-55	0	18	***6***
> 55	18	0	***5***

S pomočjo KS testa smo primerjali opažene absolutne frekvence z napovedanimi frekvencami. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne tako od klasične napovedi ($p < 0.001$) kot tudi od vedenjske napovedi ($p < 0.001$).

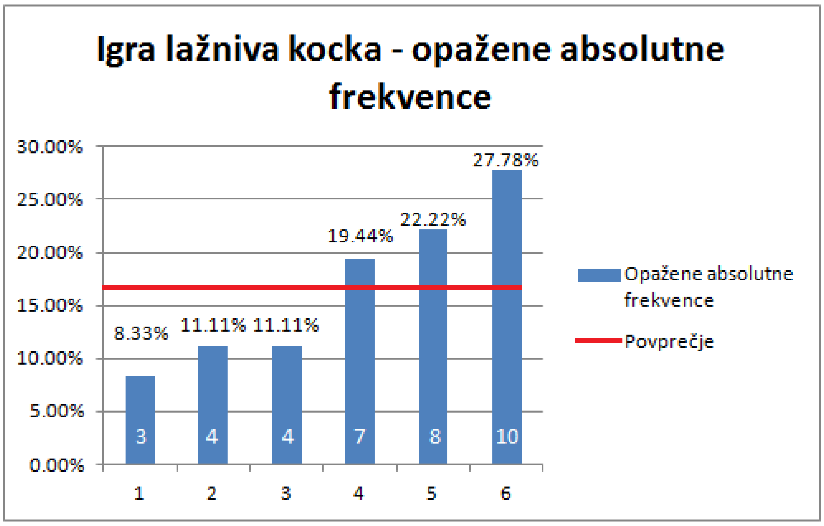
To je bila edina igra, v kateri so bile vse naše napovedi statistično signifikatno različne od opaženih vrednosti. Na podlagi tega lahko zaključimo, da model zavračanja neenakosti s parametri $\alpha = 0.45$ in $\beta = 0.45$ ni bil ravno najbolj ustrezen za napoved te igre.

5.7 Igra goljufanja

V igri goljufanja je moral vsak igralec vreči pošteno 6-stransko igralno kocko in opaženo število pik vpisati v program. Igralec je v tej igri prejel desetkrat toliko točk, kolikor je znašalo število pik na kocki. Ker števila pik na kocki ni videl nihče drug razen igralca, ki je kocko vrgel, je lahko igralec goljufal ter v program vpisal večje število, kot ga je dejansko videl na kocki.

Slika 5 prikazuje, kako so igro odigrali študenti, ki so se udeležili našega poskusa. Ugotovili smo, da so 3 študenti v program zapisali število 1, 4 študenti števili 2 in 3, 7 študentov število 4, 8 študentov število 5 in 10 študentov število 6. V analizirani igri je bilo povprečno število opaženih pik na kocki 4.19.

V Tabeli 23 so podane napovedane in opažene vrednosti, pri čemer smo s *Pošteni igralci* označili napoved, ki smo jo naredili pod predpostavko, da so vsi študenti pošteni.



Slika 5: Igra goljufanja

Tabela 23: Napovedane vrednosti in opažene vrednosti - igra goljufanja

	KTI	**Pošteni igralci**	**VTI**	**PP**	**Poskus**
1	0	6	2.7	2.3	***3***
2	0	6	3.17	2.59	***4***
3	0	6	3.78	4.18	***4***
4	0	6	4.57	4.54	***7***
5	0	6	5.76	9.79	***8***
6	36	6	16.02	12.6	***10***

S pomočjo KS testa smo primerjali opažene absolutne frekvence (število pojavitev posameznih izidov) z napovedanimi frekvencami. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne od klasične napovedi ($p < 0.001$). Niso pa bile opažene absolutne frekvence statistično signifikatno različne od vedenjske napovedi ($p = 0.25 > 0.1$) in napovedi na podlagi preteklih poskusov ($p = 0.64 > 0.1$).

Na podlagi t-testa smo ugotovili, da je razlika med pričakovanim povprečjem, ki smo ga napovedali pod predpostavko, da so vsi študenti pošteni, in opaženim povprečjem statično signifikatna ($p = 0.02 < 0.05$).

Vnovič se je izkazalo, da vedenjska teorija iger ter pretekli poskus bolje napovedujeta, kako se bo igra odigrala v realnem okolju, kot pa klasična teorija iger.

Tudi v igri goljufanja je bila napoved klasične teorije iger najslabša, saj je predpostavila, da so vsi igralci nepošteni, da nimajo slabe vesti zaradi goljufanja in da jih njihov edini cilj maksimizacija dobička.

5.8 Igra tveganja

V igri tveganja so morali igralci v vsaki izmed treh vrstic izbrati eno od dveh danih loterij:

- prva vrstica: E = ([80: $\frac{1}{2}$ | 20: $\frac{1}{2}$]) ali F = ([38: 1]),
- druga vrstica: E = ([80: $\frac{1}{2}$ | 20: $\frac{1}{2}$]) ali F = ([44: 1]),
- tretja vrstica: E = ([80: $\frac{1}{2}$ | 20: $\frac{1}{2}$]) ali F = ([50: 1]).

Ko so vsi igralci sprejeli svoje odločitve, je računalnik naključno izbral eno od vrstic in igralci so glede na svoje sprejete odločitve prejeli ustrezno število točk.

Pri tej igri smo predpostavili, da se vsak študent uvršča v eno izmed naslednjih petih kategorij: EEE, EEF, EFF, FFF ali kategorijo *ostali* (n-ta črka pove, katero loterijo izbere študent v n-ti vrstici, kjer je $n \in \{1, 2, 3\}$).

Napovedane in opažene vrednosti so prikazane v Tabeli 24:

Tabela 24: Napovedane vrednosti in opažene vrednosti - igra tveganja

	KTI	**VTI**	**Poskus**
EEE	18	0	*3*
EEF	18	18	*11*
EFF	0	18	*14*
FFF	0	0	*4*
ostali	0	0	*4*

S pomočjo KS testa smo primerjali opažene absolutne frekvence z napovedanimi frekvencami. Opažene absolutne frekvence so bile statistično signifikantno različne od klasične napovedi ($p < 0.001$), niso pa bile statistično signifikatno različne od vedenjske napovedi ($p = 0.048 > 0.01$).

Ponovno je bila napoved vedenjske teorije iger bolj natančna kot napoved klasične teorije iger. Povedano drugače, (kumulativna) teorija prospektov je v našem primeru bolje opisala razmišljanje študentov kot pa teorija pričakovane koristnosti.

6 Razprava

V prejšnjem poglavju smo predstavili, kako so igre odigrali študenti, ki obiskujejo različne slovenske fakultete. Z uporabo dveh statističnih testov smo se lahko prepričali, da sta bili napovedi vedenjske teorije iger in preteklih poskusov v večini iger bistveno bolj natančni kot napoved klasične teorije iger. Sedaj lahko tudi odgovorimo na raziskovalno vprašanje, ki smo si ga zastavili v poglavju 3. Na podlagi rezultatov lahko sklepamo, da je poskus, ki smo ga izvedli s študenti slovenskih fakultet, dal podobne rezultate kot pretekli poskusi. Poleg tega lahko na podlagi opravljenih analiz tudi potrdimo našo hipotezo, ki pravi, da vedenjska teorija iger daje boljše napovedi kot klasična teorija iger. Na tem mestu se je potrebno vprašati, kaj je bil glavni razlog za takšno vedenje študentov.

Vrnimo se nazaj v poglavje 2, kjer smo podrobneje opisali klasično in vedenjsko teorijo iger. Glavni problem pri klasični teoriji iger je, da napovedi očitno oblikuje pod napačnimi predpostavkami o ljudeh. Klasična teorija iger namreč predpostavlja, da smo vsi ljudje po eni strani zelo inteligentni in brez napak, po drugi strani pa sebični in brez čustev ter da nas v življenju najbolj motivira čim večja lastna korist. Za človeka s takšnimi lastnostmi se je uveljavil izraz *Homo economicus*. Ampak ali smo ljudje res *Homo economicusi*?

En možen razlog, da so ekonomisti oziroma matematiki predpostavljali, da smo ljudje *Homo economicusi*, je bil ta, da je bilo pod takimi predpostavkami najlažje preučevati strateške situacije, saj ni bilo potrebno v modele vključevati dodatnih parametrov, ki bi modele naredili bistveno bolj kompleksne. Drugi možen razlog pa je bil ta, da so se morda ekonomisti oziroma matematiki prepoznali v *Homo economicusu* in so bili prepričani, da smo tudi vsi ostali ljudje *Homo economicusi* (v tem primeru je šlo za projekcijo svojih osebnostnih lastnosti na ostale). Ker se v sredini 20. stoletja poskusi s strateškimi igrami še niso množično izvajali, raziskovalci tudi niso mogli dokazati, da so predpostavke klasične teorije iger napačne.

Vrnimo se na rezultate iger. Ko smo analizirali naš poskus in posamezne odločitve študentov smo ugotovili, da za nobenega študenta ne moremo trditi, da je "čisti" *Homo economicus*, saj noben študent ni vseh osmih iger odigral v skladu s predpostavkami klasične teorije iger. Zaradi tega tudi napovedi klasične teorije iger niso bile natančne.

En možen razlog, zakaj ljudje ne delujemo v skladu s predpostavkami klasične teorije iger oziroma standardno ekonomsko teorijo je ta, da se ljudje že kot otroci naučimo, da sebičnost in skrb zgolj za lasten dobiček nista najbolj cenjeni vrednoti v družbi. Ljudje veliko bolj cenimo poštenost, radodarnost in pravičnost. Poštenost je v našem poskusu prišla do izraza npr. v igri goljufanja, kjer je 11 študentov v program zapisalo število, ki je bilo manjše od 3.5 (to je povprečno število pik na pošteni kocki). Radodarnost je prišla do izraza v igri pogajanja in igri solidarnosti. V igri pogajanja ter igri daril je prišla do izraza tudi želja po pravičnosti/enakosti in želja po kaznovanju nasprotnika, ki je nameraval nepravično razdeliti dobiček.

Še dve pomembni vrednoti, ki jih klasična teorija iger ne vključuje, sta zaupanje in recipročnost. Klasična teorija iger in standardna ekonomska teorija tudi predpostavljata, da smo ljudje do tveganja nevtralni in da delujemo v skladu s teorijo pričakovane koristnosti. Tudi ti dve predpostavki sta se v našem poskusu izkazali za napačni, saj se je izkazalo, da ljudje zavračamo tveganja in delujemo bolj v skladu s (kumulativno) teorijo prospektov, ki sta jo predstavila psihologa Tversky in Kahneman.

Na podlagi rezultatov naše raziskave in preteklih poskusov, ki so jih izvedli eksperimentalni ekonomisti in psihologi, bi lahko rekli, da večina ljudi ni *Homo economicusov*. Menimo, da večina ljudi svoje odločitve ne sprejema zgolj na podlagi denarnega zaslužka, ampak tudi na podlagi drugih dejavnikov, kot so npr. čustva, navade in okolje, iz katerega ljudje izhajajo.

Do tega trenutka smo uspeli odgovoriti na vsa pomembna vprašanja z izjemo enega, tj. ali smo ljudje sploh racionalni. Na to vprašanje je težko odgovoriti, saj enotnega odgovora ni. Če pod pojmom racionalen človek razumemo sebičnega človeka, ki maksimizira svoje denarne zaslužke (tako si namreč pojem racionalnosti razlagata klasična teorija iger in standardna ekonomska teorija), potem ljudje nismo racionalni, saj se je v preteklih poskusih velikokrat pokazalo, da ljudje običajno podarimo nekaj denarja nasprotnikom (npr. v igri solidarnosti, igri pogajanja, igri daril). Če pa pod pojmom racionalen človek razumemo človeka, ki maksimizira svoje "*psihološke vrednosti*" (tako si namreč pojem racionalnosti razlaga vedenjska teorija iger), potem pa lahko trdimo, da smo ljudje racionalni.

Tudi pri preučevanju situacij v katerih je prisotno tveganje in negotovost imamo težave s pravilno interpretacijo pojmov racionalnosti in neracionalnosti. Poglejmo si Primer 2.2 iz podpoglavja 2.5.2. Če bi Andraževo odločitev analiziral nekdo, ki zagovarja teorijo pričakovane koristnosti, bi trdil, da je bila Andraževa odločitev neracionalna. Če pa bi Andraževo odločitev analiziral nekdo, ki zagovarja teorijo prospektov, bi trdil, da je bila Andraževa odločitev povsem racionalna. Ali je torej Andraževa odločitev racionalna ali ne, je odvisno od presoje tistega, ki določeno situacijo analizira.

Ker si ljudje pod pojmom racionalno oziroma neracionalno vedenje predstavljamo različne stvari, včasih rečemo, da je neracionalno vedenje v resnici racionalno.

7 Zaključek

Čeprav je teorija iger vzpon doživela šele v sredini 20. stoletja, vedenjska teorija iger pa še nekoliko kasneje, sta omenjeni področji danes zelo uporabni v ekonomskih, političnih in vojaških vedah ter tudi v biologiji in športu. Dejstvo, da je v zadnjih triindvajsetih letih več kot 10 ljudi, ki so se ukvarjali s teorijo iger in vedenjsko teorijo iger, prejelo Nobelovo nagrado iz ekonomije, je še en dokaz več, da teorija iger postaja pomembno področje.

V magistrskem delu smo najprej spoznali teoretske osnove klasične in vedenjske teorije iger. Ugotovili smo, da vedenjska teorija iger podobno kot klasična teorija iger temelji na formalnih matematičnih modelih, vendar veliko pozornosti namenja opazovanju vedenja ter razmišljanja ljudi, statističnemu ocenjevanju in testiranju hipotez. Ker igrajo pri raziskavah pomembno vlogo tudi poskusi, ki posnemajo realna okolja, smo v magistrskem delu predstavili tudi eksperimentalni pristop k teoriji iger.

V sklopu vedenjske teorije iger smo spoznali model zavračanja neenakosti, ki upošteva človekovo radodarnost in zavist. Spoznali smo tudi model, ki upošteva, da se ljudje razlikujemo glede na to koliko korakov naprej v razmišljanju smo sposobni narediti (model kognitivnih hierarhij).

Poleg omenjenih modelov smo spoznali še (kumulativno) teorijo prospektov, ki opisuje kako naj bi se ljudje odločali v situacijah, ko je prisotno tveganje in negotovost. Teorija prospektov je v zadnjih desetletjih postala tako pomembna teorija, da je njen avtor Daniel Kahneman zanjo celo prejel Nobelovo nagrado iz ekonomije.

V drugi polovici magistrskega dela smo se posvetili raziskavi in opisu poskusa, ki smo ga izvedli v Kopru na Famnitu in v Ljubljani na Fakulteti za družbene vede. S poskusom smo želeli ugotoviti ali se študenti slovenskih fakultet v strateških situacijah odločajo podobno kot so se v strateških situacijah odločali udeleženci preteklih poskusov, katere so v tujini izvedli eksperimentalni ekonomisti in psihologi. Na podlagi dveh statističnih testov smo ugotovili, da so se študenti slovenskih fakultet odločali podobno kot udeleženci preteklih poskusov, poleg tega pa smo tudi uspeli potrditi našo hipotezo, ki pravi, da daje vedenjska teorija iger boljše napovedi kot klasična teorija iger.

Veseli me, da sem uspel v magistrsko delo vključiti poskus, saj sem ga s tem popestril in naredil zanimivejšega, obenem pa sem se tudi naučil veliko novih stvari. Naučil sem se, kako samostojno izvesti raziskavo in kako pravilno izvesti poskus od začetka do konca, pri čemer mi je bil s koristnimi nasveti v pomoč mentor magistrskega dela izr. prof. dr. Aljaž Ule. Naučil sem se tudi katere statistične teste je v določenih situacijah smiselno uporabiti in kako testirati hipoteze. Pri tem mi je z nasveti pomagal izr. prof. dr. Mihael Perman.

V času pisanja magistrskega dela sem dodobra spoznal vedenjsko teorijo iger, s katero se v času študija podrobneje žal nisem srečal. Menim, da sem v tem času osvojil precej teoretičnega in praktičnega znanja, katerega sem skušal preko magistrskega dela deliti z bodočimi bralci.

8 Literatura in viri

[1] M. J. Osborne, *An Introduction to Game Theory*, Oxford University Press, New York, 2004. *(Citirano na straneh 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 in 13.)*

[2] C. F. Camerer, *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction*, Princeton University Press, Princeton, 2003. *(Citirano na straneh 4, 16, 17, 24, 26, 27, 35 in 36.)*

[3] D. Bellhouse, The Problem of Waldegrave. *Electronic journal for history of probability and statistics* 3 (december 2007) `http://www.jehps.net/Decembre2007/Bellhouse.pdf`. *(Citirano na strani 4.)*

[4] P. Walker, *A Chronology of Game Theory,* objavljeno septembra 2012, `http://www.econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt/hist.htm`. (Datum ogleda: 5. 7. 2017.) *(Citirano na strani 5.)*

[5] A. A. Cournot, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Hachette, Paris, 2003. *(Citirano na strani 5.)*

[6] *Félix Edouard Justin Émile Borel*, `http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Borel.html`. (Datum ogleda: 6. 7. 2017.) *(Citirano na strani 5.)*

[7] J. von Neumann, Zur Theorie der Gesellschaftsspiele. *Mathematische Annalen* 100 (1928) 295–320. *(Citirano na strani 5.)*

[8] O. Morgenstern in J. von Neumann, *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, Princeton, 1944. *(Citirano na straneh 5 in 8.)*

[9] J. F. Nash, Equilibrium Points in N-Person Games. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 36 (1950) 48–49. *(Citirano na strani 5.)*

[10] J. F. Nash, The Bargaining Problem. *Econometrica* 18 (1950) 155–162. *(Citirano na strani 5.)*

[11] J. F. Nash, Non-Cooperative Games. *Annals of Mathematics* 54 (1951) 286–295. *(Citirano na strani 5.)*

[12] J. F. Nash, Two Person Cooperative Games. *Econometrica* 21 (1953) 128–140. *(Citirano na strani 5.)*

[13] J. Maynard Smith, *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge University Press, Cambridge, 1982. *(Citirano na strani 5.)*

[14] *All Prizes in Economic Sciences*, `https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/`. (Datum ogleda: 6. 7. 2017.) *(Citirano na strani 5.)*

[15] E. Pegg, Jr., *Independence Axiom*, `http://mathworld.wolfram.com/IndependenceAxiom.html`. (Datum ogleda: 13. 7. 2017.) *(Citirano na strani 8.)*

[16] *Von Neumann-Morganstern Expected Utility Theory*, `http://www.econport.org/content/handbook/decisions-uncertainty/basic/von.html`. (Datum ogleda: 29. 7. 2017.) *(Citirano na strani 8.)*

[17] T. L. Turocy in B. von Stengel, *Game Theory*. CDAM Research Report LSE CDAM-2001-09, oktober 2001, (This was the draft of an introductory survey of game theory, prepared for the *Encyclopedia of Information Systems*, Academic Press). *(Citirano na strani 10.)*

[18] P. G. Straub, Risk Dominance and Coordination Failures in Static Games. *The Quarterly Review of Economics and Finance* 35 (zima 1995) 339–363. *(Citirano na strani 11.)*

[19] J. C. Harsanyi in R. Selten, *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*. MIT Press, Cambridge, 1988. *(Citirano na straneh 11 in 12.)*

[20] J. C. Harsanyi, A New Theory of Equilibrium Selection for Games with Complete Information. *Games and Economic Behavior* 8 (1995) 91–122. *(Citirano na straneh 11 in 12.)*

[21] *Risk dominance*, `https://en.wikipedia.org/wiki/Risk_dominance`. (Datum ogleda: 9. 7. 2017.) *(Citirano na straneh 11 in 12.)*

[22] B. A. Jones, M. L. Locey in H. Rachlin, Real and hypothetical rewards in self-control and social discounting. *Judgment and Decision Making* 6 (avgust 2011) 552-564. *(Citirano na strani 14.)*

[23] S. A. McLeod, *Experimental Method,* objavljeno 2012, www.simplypsychology.org/experimental-method.html. (Datum ogleda: 23. 7. 2017.) *(Citirano na straneh 14 in 15.)*

[24] C. Camerer, G. Loewenstein in D. Prelec, Neuroeconomics: How Neuroscience Can Inform Economics. *Journal of Economic Literature* 43 (marec 2005) 9–64. *(Citirano na strani 15.)*

[25] M. Allais, Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque: Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Americaine. *Econometrica* 21 (oktober 1953) 503–546. *(Citirano na straneh 17 in 18.)*

[26] S. Huck in W. Müller, Allais for all. Revisiting the paradox in a large representative sample. *Journal of Risk and Uncertainty* 44 (junij 2012) 261–293. *(Citirano na strani 18.)*

[27] *Allais paradox,* http://policonomics.com/allais-paradox/. (Datum ogleda: 14. 7. 2017.) *(Citirano na strani 18.)*

[28] *Allais paradox,* https://en.wikipedia.org/wiki/Allais_paradox. (Datum ogleda: 14. 7. 2017.) *(Citirano na strani 18.)*

[29] D. K. Levine, Modeling Altruism and Spitefulness in Experiments. *Review of Economic Dynamics* 1 (julij 1998) 593–622. *(Citirano na strani 19.)*

[30] E. Fehr in K. M. Schmidt, A Theory of Fairness, Competition, and Cooperation. *The Quarterly Journal of Economics* 114 (avgust 1999) 817–868. *(Citirano na straneh 19, 24, 25, 31 in 33.)*

[31] H. Gintis, Behavioral Game Theory and Contemporary Economic Theory. *Analyse & Kritik* 27 (2005) 48–72. *(Citirano na strani 19.)*

[32] V. L. Smith, An Experimental Study of Competitive Market Behavior. *Journal of Political Economy* 70 (april 1962) 111–137. *(Citirano na strani 19.)*

[33] R. Sugden, An Axiomatic Foundation for Regret Theory. *Journal of Economic Theory* 60 (junij 1993) 159–180. *(Citirano na strani 19.)*

[34] M. Ahlbrecht in M. Weber, Hyperbolic discounting models in prescriptive theory of intertemporal choice. *Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften* 115 (1995) 535–568. *(Citirano na strani 19.)*

[35] W. Güth, R. Schmittberger in B. Schwarze, An Experimental Analysis of Ultimatum Bargaining. *Journal of Economic Behavior and Organization* 3 (1982) 367–388. *(Citirano na strani 19.)*

[36] J. Berg, J. Dickhaut in K. McCabe, Trust, Reciprocity, and Social History. *Games and Economic Behavior* 10 (1995) 122–142. *(Citirano na strani 19.)*

[37] J. H. Kagel in A. E. Roth, *The Handbook of Experimental Economics*. Princeton University Press, Princeton, 1995. *(Citirano na strani 19.)*

[38] D. Kahneman in A. Tversky, Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica* 47 (marec 1979) 263–291. *(Citirano na straneh 20 in 21.)*

[39] L. P. Metzger in M. O. Rieger, *Non-cooperative games with prospect theory players and dominated strategies,* objavljeno 13. 12. 2015, `https://editorialexpress.com/cgi-bin/conference/download.cgi?db_name=EEAESEM2016&paper_id=1625`. (Datum ogleda: 19. 7. 2017.) *(Citirano na straneh 20, 21 in 23.)*

[40] D. Kahneman in A. Tversky, Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty* 5 (marec 1992) 297–323. *(Citirano na straneh 20, 21, 23 in 24.)*

[41] *Heuristic*, `https://en.wikipedia.org/wiki/Heuristic`. (Datum ogleda: 21. 7. 2017.) *(Citirano na strani 23.)*

[42] C. F. Camerer, J. K. Chong in T. H. Ho, A Cognitive Hierarchy Model of Games. *The Quarterly Journal of Economics* 119 (avgust 2004) 861–898. *(Citirano na straneh 25 in 26.)*

[43] A. M. Colman, B. D. Pulford in C. L. Lawrence, Explaining strategic coordination: Cognitive hierarchy theory, strong Stackelberg reasoning, and team reasoning. *Decision* 1 (2014) 35–58. *(Citirano na strani 26.)*

[44] T. C. Schelling, *The Strategy of Conflict*, Harvard University Press, Cambridge, 1960. *(Citirano na strani 26.)*

[45] R. Selten in A. Ockenfels, An Experimental Solidarity Game. *Journal of Economic Behavior and Organization* 34 (marec 1998) 517–539. *(Citirano na straneh 28, 29 in 53.)*

[46] J. K. Goeree, C. A. Holt in S. K. Laury, *Altruism and Noisy Behavior in One-Shot Public Goods Experiments*. Discussion Paper, University of Virginia, 1999. *(Citirano na strani 32.)*

[47] J. R. Carter, B. J. Drainville in R. P. Paulin, *A Test for Rational Altruism in a Public-Goods Experiment*. Working Paper, College of Holy Cross, 1992. *(Citirano na strani 32.)*

[48] T. Potipiti, Public Goods Game Experiments in Thailand: Social Capital and Other Determinants of Contributions. *Thammasat Economic Journal* 30 (2012) 70–105. *(Citirano na strani 32.)*

[49] N. Toš, ured., *Vrednote v prehodu X. : slovensko javno mnenje 2010-2016*, Fakulteta za družbene vede, Ljubljana, 2016. *(Citirano na strani 34.)*

[50] G. Attanasi, P. Battigalli in R. Nagel, *Disclosure of Belief-Dependent Preferences in a Trust Game*. IGIER Working Paper 506, Università Bocconi, 2013. *(Citirano na strani 34.)*

[51] R. Forsythe, J. L. Horowitz, N. E. Savin in M. Sefton, Fairness in Simple Bargaining Experiments. *Games and Economic Behavior* 6 (maj 1994) 347–369. *(Citirano na strani 36.)*

[52] G. W. Harrison in K. McCabe, Expectations and Fairness in a Simple Bargaining Experiment. *International Journal of Game Theory* 25 (september 1996) 303–327. *(Citirano na strani 36.)*

[53] P. de Heus, N. Hoogervorst in E. van Dijk, Framing prisoners and chickens: Valence effects in the prisoner's dilemma and the chicken game. *Journal of Experimental Social Psychology* 46 (september 2010) 736–742. *(Citirano na strani 38.)*

[54] U. Fischbacher in F. Föllmi-Heusi, Lies in Disguise – An experimental study on cheating. *Journal of the European Economic Association* 11 (2013) 525–547. *(Citirano na straneh 41 in 42.)*

[55] M. Dufwenberg, Jr. in M. Dufwenberg, Sr., *Lies in Disguise – A Theoretical Analysis of Cheating*. CESifo Working Paper 6208, november 2016. *(Citirano na strani 41.)*

[56] *Website for Statistical Computation*,
`http://vassarstats.net/`. (Datum ogleda: 29. 8. 2017.) *(Citirano na strani 50.)*

[57] *Statistics - Kolmogorov Smirnov Test*, https://www.tutorialspoint.com/statistics/kolmogorov_smirnov_test.htm. (Datum ogleda: 29. 8. 2017.) *(Citirano na strani 50.)*

Priloge

A Iskanje mešanega Nashevega ravnovesja

Iskanja mešanega Nashevega ravnovesja se lotimo tako, da najprej poiščemo mešano strategijo igralca 1 pri kateri igralcu 2 vse preostale poteze prinesejo enako von Neumann-Morgensternovo koristnost:

$$U_2([\text{Z: } p \mid \text{S: } (1-p)], L) = U_2([\text{Z: } p \mid \text{S: } (1-p)], D)$$

$$2p + 4(1-p) = p + 7(1-p)$$
$$p = \frac{3}{4}$$

Iskana mešana strategija igralca 1 je ([Z: 3/4 | S: 1/4]).

Sedaj moramo poiskati še mešano strategijo igralca 2 pri kateri igralcu 1 vse preostale poteze prinesejo enako von Neumann-Morgensternovo koristnost: :

$$U_1(Z, [\text{L: } q \mid \text{D: } (1-q)]) = U_1(S, [\text{L: } q \mid \text{D: } (1-q)])$$

$$3q + 2(1-q) = q + 3(1-q)$$
$$q = \frac{1}{3}$$

Iskana mešana strategija igralca 2 je ([L: 1/3 | D: 2/3]).

Iskano mešano Nashevo ravnovesje je ([Z: $\frac{3}{4}$ | S: $\frac{1}{4}$], [L: $\frac{1}{3}$ | D: $\frac{2}{3}$]). $\square$

B Analiza iger

B.0.1 Igra solidarnosti

Poglejmo primer, ko imamo dva bogata igralca in enega revnega. V tem primeru prvi bogat igralec prejme $60 - x_1$ točk, drugi bogat $60 - y_1$ točk, reven pa $4 + x_1 + y_1$ točk. Upoštevali bomo model zavračanja neenakosti, v katerem je $\alpha \in \{0, 0.5, 1, 4\}$ in $\beta \in \{0, 0.25, 0.6\}$. Brez škode za splošnost bomo igro analizirali s perspektive prvega bogatega igralca (če bi vlogi prvega in drugega bogatega igralca zamenjali, bi prišli do enakega sklepa).

Prvi bogat igralec ima naslednjo koristnost:

$$U_{B_1}(60 - x_1, 60 - y_1, 4 + x_1 + y_1) =$$
$$= 60 - x_1 - \frac{\beta}{2} \cdot (\max\{y_1 - x_1, 0\} + \max\{56 - 2x_1 - y_1, 0\}) -$$
$$- \frac{\alpha}{2} \cdot (\max\{x_1 - y_1, 0\} + \max\{2x_1 + y_1 - 56, 0\}).$$

Zgornja funkcija je odvisna samo od x_1 in y_1, zato jo lahko označimo z $g(x_1, y_1)$. Ne glede na vrednosti $y_1 \in \{0, \dots, 60\}$ bo prvi bogat igralec, ki ima parameter radodarnosti $\beta < \frac{2}{3}$, izbral $x_1 = 0$, saj je $g(0, y_1) > g(x_1, y_1)$ za $x_1 \neq 0$.

Če bi bil parameter $\beta \geq \frac{2}{3}$, bi bila odločitev prvega bogatega igralca odvisna od prepričanja, ki bi ga izoblikoval o tem, koliko točk bo revnemu igralcu podaril drugi bogat igralec. Prvi bogat igralec bi pri različnih $y_1 \in \{0, \dots, 60\}$ podaril različno število točk $x_1 \in \{0, \dots, 18\}$ točk. Ker je $P(\beta \geq \frac{2}{3}) = 0$, smo dokaz, ki je precej tehničen, izpustili. $\square$

B.0.2 Igra zaupanja

Števila v Tabeli P1 sedaj niso več denarni zaslužki, ampak *psihološke vrednosti* (tj. počutje) igralca v določenem izidu.

Če prvi igralec točke zadrži, drugi igralec ne glede na svojo izbiro dobi isto vrednost, zato bomo predpostavili, da drugi igralec izbere tisto potezo, ki mu prinese večjo psihološko vrednost v primeru, ko prvi igralec svoje točke pošlje.

Tabela P1: Igra zaupanja - psihološke vrednosti

		drugi igralec	
prvi igralec		obdrži	razdeli
	zadrži	40-40β, -40α	40-40β, -40α
	pošlji	-120α, 120-120β	60, 60

Opazimo naslednje:

- če je $\beta = 0$, je $u_2^{\psi}(\textit{pošlji}, \textit{obdrži}) = 120 > u_2^{\psi}(\textit{pošlji}, \textit{razdeli}) = 60$, zato se bo drugi igralec odločil za potezo *obdrži*,
- če je $\beta = 0.25$, je $u_2^{\psi}(\textit{pošlji}, \textit{obdrži}) = 90 > u_2^{\psi}(\textit{pošlji}, \textit{razdeli}) = 60$, zato se bo drugi igralec odločil za potezo *obdrži*,
- če je $\beta = 0.6$, je $u_2^{\psi}(\textit{pošlji}, \textit{obdrži}) = 48 < u_2^{\psi}(\textit{pošlji}, \textit{razdeli}) = 60$, zato se bo drugi igralec odločil za potezo *razdeli*.

Pri tem je $u_2^{\psi}(\cdot)$ psihološka vrednost (tj. počutje) drugega igralca v določenem izidu. □

B.0.3 Igra pogajanja

Do čistih Nashevih ravnovesij bomo prišli tako, da bomo poiskali najboljše odgovore na dane poteze nasprotnika. Upoštevali bomo, da ima prvi igralec naslednjo funkcijo koristnosti:

- za $X \geq Y$:

$$U_1(X) := \begin{cases} 100 - X - \beta \cdot (100 - 2X) & \text{, če } X \leq 50, \\ 100 - X - \alpha \cdot (2X - 100) & \text{, če } X \geq 51, \end{cases}$$

- za $X < Y$:

$$U_1(X) := 0.$$

Drugi igralec pa ima naslednjo funkcijo koristnosti:

- za $X \geq Y$:

$$U_2(X) := \begin{cases} X - \alpha \cdot (100 - 2X) & \text{, če } X \leq 50, \\ X - \beta \cdot (2X - 100) & \text{, če } X \geq 51, \end{cases}$$

- za $X < Y$:

$$U_2(X) := 0.$$

Napoved klasične teorije iger

Pri klasični teoriji iger bomo upoštevali, da je $\alpha = \beta = 0$. Če upoštevamo ti dve vrednosti parametrov velja naslednje:

- če drugi igralec izbere Y $\in \{0, \dots, 99\}$, prvi izbere X=Y,
- če drugi igralec izbere Y $\in \{100, 101\}$, prvi izbere X $\in \{0, 100\}$,
- če prvi igralec izbere X=0, drugi izbere Y $\in \{0, \dots, 101\}$,
- če prvi igralec izbere X $\in \{1, \dots, 100\}$, drugi izbere Y $\in \{0, \dots, X\}$.

Iz tega sledi, da ima igra 103 čista Nasheva ravnovesja:

- (X, X), kjer je X $\in \{0, \dots, 100\}$,
- (0, 100),
- (0, 101).

$\square$

Napoved vedenjske teorije iger

Pri vedenjski teoriji iger bomo upoštevali, da je $\alpha = 0.85$ in $\beta = 0.315$. Če upoštevamo ti dve vrednosti parametrov velja naslednje:

- če drugi igralec izbere Y $\in \{0, \dots, 31\}$, prvi izbere X=Y,
- če drugi igralec izbere Y $\in \{32, \dots, 68\}$, prvi izbere X=Y,
- če drugi igralec izbere Y $\in \{69, \dots, 101\}$, prvi izbere X $\in \{0, \dots, Y\text{-}1\}$.
- če prvi igralec izbere X $\in \{0, \dots, 31\}$, drugi izbere Y $\in \{X + 1, \dots, 101\}$,
- če prvi igralec izbere X $\in \{32, \dots, 68\}$, drugi izbere Y $\in \{0, \dots, X\}$,
- če prvi igralec izbere X $\in \{69, \dots, 100\}$, drugi izbere Y $\in \{0, \dots, X\}$.

Iz tega sledi, da ima igra 1093 čistih Nashevih ravnovesij:

- (X, X), kjer je X $\in \{32, \dots, 68\}$,
- (X, Y), kjer je X $\in \{0, \dots, 31\}$ in Y $\in \{69, \dots, 101\}$.

$\square$

B.0.4 Igra daril

Do čistih Nashevih ravnovesij bomo prišli tako, da bomo poiskali najboljše odgovore na dane poteze nasprotnika. Upoštevali bomo, da ima prvi igralec naslednjo funkcijo koristnosti:

- za $T \geq Y$:

$$U_1(T) := \begin{cases} 90 - T - \beta \cdot (90 - 2T) & ,\text{če } T \leq 45, \\ 90 - T - \alpha \cdot (2T - 90) & ,\text{če } T \geq 46, \end{cases}$$

- za $T < Y$:

$$U_1(T) := \begin{cases} \frac{90-T}{3} - \beta \cdot (\frac{90-T}{3} - T - 10) & ,\text{če } T \leq 15, \\ \frac{90-T}{3} - \alpha \cdot (T + 10 - \frac{90-T}{3}) & ,\text{če } T \geq 16. \end{cases}$$

Drugi igralec pa ima naslednjo funkcijo koristnosti:

- za $T \geq Y$:

$$U_2(T) := \begin{cases} T - \alpha \cdot (90 - 2T) & ,\text{če } T \leq 45, \\ T - \beta \cdot (2T - 90) & ,\text{če } T \geq 46, \end{cases}$$

- za $T < Y$:

$$U_2(T) := \begin{cases} T + 10 - \alpha \cdot (\frac{90-T}{3} - T - 10) & ,\text{če } T \leq 15, \\ T + 10 - \beta \cdot (T + 10 - \frac{90-T}{3}) & ,\text{če } T \geq 16. \end{cases}$$

Napoved klasične teorije iger

Pri klasični teoriji iger bomo upoštevali, da je $\alpha = \beta = 0$. Če upoštevamo ti dve vrednosti parametrov velja naslednje:

- če drugi igralec izbere Y $\in \{0, \ldots, 59\}$, prvi izbere T=Y,
- če drugi igralec izbere Y=60, prvi izbere T $\in \{0, 60\}$,
- če drugi igralec izbere Y $\in \{61, \ldots, 91\}$, prvi izbere T=0.
- če prvi igralec izbere T $\in \{0, \ldots, 90\}$, drugi izbere Y $\in \{T + 1, \ldots, 91\}$.

Iz tega sledi, da ima igra 32 čistih Nashevih ravnovesij:

- (0, Y), kjer je Y $\in \{60, \ldots, 91\}$.

□

Napoved vedenjske teorije iger

Pri vedenjski teoriji iger bomo upoštevali, da je $\alpha = \beta = 0.45$. Če upoštevamo ti dve vrednosti parametrov velja naslednje:

- če drugi igralec izbere Y $\in \{0, \ldots, 39\}$, prvi izbere T=Y,
- če drugi igralec izbere Y $\in \{40, \ldots, 55\}$, prvi izbere T=Y,
- če drugi igralec izbere Y $\in \{56, \ldots, 91\}$, prvi izbere T=15.
- če prvi igralec izbere T $\in \{0, \ldots, 39\}$, drugi izbere Y $\in \{T+1, \ldots, 91\}$,
- če prvi igralec izbere T $\in \{40, \ldots, 55\}$, drugi izbere Y $\in \{0, \ldots, T\}$,
- če prvi igralec izbere T $\in \{56, \ldots, 71\}$, drugi izbere Y $\in \{0, \ldots, T\}$,
- če prvi igralec izbere T $\in \{72, \ldots, 90\}$, drugi izbere Y $\in \{T+1, \ldots, 91\}$.

Iz tega sledi, da ima igra 52 čistih Nashevih ravnovesij:

- (T, T), kjer je T $\in \{40, \ldots, 55\}$,
- (15, Y), kjer je Y $\in \{56, \ldots, 91\}$.

$\square$

Izračun parametra β

Vrednost parametra radodarnosti β smo izračunali na podlagi modela zavračanja neenakosti, ki predpostavlja, da je:

$$\beta \sim \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0.6 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}.$$

Pri napovedi upoštevamo, da so vsi študenti vsaj nekoliko radodarni ($\beta \in \{0.25, 0.6\}$), zato moramo najprej izračunati kolikšen je delež študentov s parametrom $\beta = 0.25$ v populaciji, v kateri predpostavljamo, da so vsi študenti vsaj nekoliko radodarni. To izračunamo s pomočjo naslednje formule:

$$\frac{P(\beta = 0.25)}{P(\beta = 0.25) + P(\beta = 0.6)} = \frac{0.3}{0.3 + 0.4} = \frac{3}{7}.$$

$\frac{3}{7}$ študentov ima torej parameter $\beta = 0.25$. Ostali študenti imajo parameter $\beta = 0.6$ (teh je $\frac{4}{7}$). Ker sedaj poznamo vse vrednosti in deleže, lahko izračunamo povprečno vrednost parametra β, ki jo upoštevamo pri napovedi: $0.25 \cdot \frac{3}{7} + 0.6 \cdot \frac{4}{7} = 0.45$. Zato, da bi si nekoliko olajšali računanje, smo predpostavili, da je vrednost parametra α kar enaka vrednosti parametra β, tj. 0.45. $\square$

B.0.5 Igra goljufanja

V Tabelah P2, P3, P4 smo podčrtali najvišje vredosti v vsaki vrstici. Tabele beremo na naslednji način:

- če npr. pade število 1:
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i > 1$ v program zapisal število 1, ker je stolpec 1 v vrstici 1 edini stolpec, ki vsebuje podčrtano število,
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i = 1$ v program zapisal Y $\in \{1, \ldots, 6\}$, ker vsi stolpci v vrstici 1 vsebujejo podčrtano število,
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i < 1$ v program zapisal število 6, ker je stolpec 6 v vrstici 1 edini stolpec, ki vsebuje podčrtano število,
- če npr. pade število 2:
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i > 1$ v program zapisal število 2, ker je stolpec 2 v vrstici 2 edini stolpec, ki vsebuje podčrtano število,
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i = 1$ v program zapisal Y $\in \{2, \ldots, 6\}$, ker stolpci 2-6 v vrstici 2 vsebujejo podčrtano število,
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i < 1$ v program zapisal število 6, ker je stolpec 6 v vrstici 2 edini stolpec, ki vsebuje podčrtano število.
- če npr. pade število 4:
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i > 1$ v program zapisal število 4, ker je stolpec 4 v vrstici 4 edini stolpec, ki vsebuje podčrtano število,
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i = 1$ v program zapisal Y $\in \{4, 5, 6\}$, ker stolpci 4-6 v vrstici 4 vsebujejo podčrtano število,
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i < 1$ v program zapisal število 6, ker je stolpec 6 v vrstici 4 edini stolpec, ki vsebuje podčrtano število.
- če npr. pade število 5:
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i > 1$ v program zapisal število 5, ker je stolpec 5 v vrstici 5 edini stolpec, ki vsebuje podčrtano število,
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i = 1$ v program zapisal Y $\in \{5, 6\}$, ker stolpci 5-6 v vrstici 5 vsebujejo podčrtano število,
  - bo igralec i s parametrom $\theta_i < 1$ v program zapisal število 6, ker je stolpec 6 v vrstici 5 edini stolpec, ki vsebuje podčrtano število.

Tabela P2: Igra goljufanja ($\theta_i > 1$)

$\boldsymbol{\theta_i > 1}$	**število y**						
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	1	$\underline{1}$	2-θ_i	3-2θ_i	4-3θ_i	5-4θ_i	6-5θ_i
	2	1	$\underline{2}$	3-θ_i	4-2θ_i	5-3θ_i	6-4θ_i
število x	**3**	1	2	$\underline{3}$	4-θ_i	5-2θ_i	6-3θ_i
	4	1	2	3	$\underline{4}$	5-θ_i	6-2θ_i
	5	1	2	3	4	$\underline{5}$	6-θ_i
	6	1	2	3	4	5	$\underline{6}$

Tabela P3: Igra goljufanja ($\theta_i = 1$)

$\boldsymbol{\theta_i = 1}$	**število y**						
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	1	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$
	2	1	$\underline{2}$	$\underline{2}$	$\underline{2}$	$\underline{2}$	$\underline{2}$
število x	**3**	1	2	$\underline{3}$	$\underline{3}$	$\underline{3}$	$\underline{3}$
	4	1	2	3	$\underline{4}$	$\underline{4}$	$\underline{4}$
	5	1	2	3	4	$\underline{5}$	$\underline{5}$
	6	1	2	3	4	5	$\underline{6}$

Tabela P4: Igra goljufanja ($\theta_i < 1$)

$\boldsymbol{\theta_i < 1}$	**število y**						
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	1	1	2-θ_i	3-2θ_i	4-3θ_i	5-4θ_i	$\underline{6\text{-}5\theta_i}$
	2	1	2	3-θ_i	4-2θ_i	5-3θ_i	$\underline{6\text{-}4\theta_i}$
število x	**3**	1	2	3	4-θ_i	5-2θ_i	$\underline{6\text{-}3\theta_i}$
	4	1	2	3	4	5-θ_i	$\underline{6\text{-}2\theta_i}$
	5	1	2	3	4	5	$\underline{6\text{-}\theta_i}$
	6	1	2	3	4	5	$\underline{6}$

Števila v Tabelah P2, P3 in P4 sedaj niso več denarni zaslužki, ampak psihološke vrednosti (tj. počutje) igralca v določenem izidu. □